

Часть I. Быстрый старт. Начало работы с Mathcad

В этой части книги приводятся основные сведения, необходимые для работы с Mathcad. Используя их, можно решить примерно 95 % всех задач. Внимательно изучите их и приступайте к работе с Mathcad.

Перед началом работы в Mathcad ознакомимся с рабочим окном и содержанием панелей управления. Далее описываются панели и окна Mathcad 15. В других версиях Mathcad внешний вид и содержание панелей и окон немного отличаются от описываемых здесь.

Интерфейс Mathcad

Интерфейс Mathcad по своей структуре аналогичен интерфейсу других Windows-приложений.

Рабочее окно Mathcad

При открытии файла Mathcad.exe на экране появляется рабочее окно Mathcad с главным меню и пятью панелями: Standard (Стандартная), Formatting (Форматирование), Math (Математическая), Controls (Контроль) и Resources (Документация) (рис. 1.1).

Автоматически загружается файл Untitled 1 (Безымянный 1), представляющий собой шаблон Normal (Обычный) рабочего документа Mathcad, называемого Worksheet (Рабочий лист). Кроме того, автоматически загружаются окна Tip of the day (Совет дня) и Mathcad Resource (Документация Mathcad). Перед началом работы их надо закрыть. Для этого в главном меню Mathcad (верхняя строка меню) выбрать Tools ► Preferences (Инструменты ► Параметры) (рис. 1.2). Снять флажок Show tips at startup (Показывать совет дня при загрузке) и щелкнуть на кнопке OK.

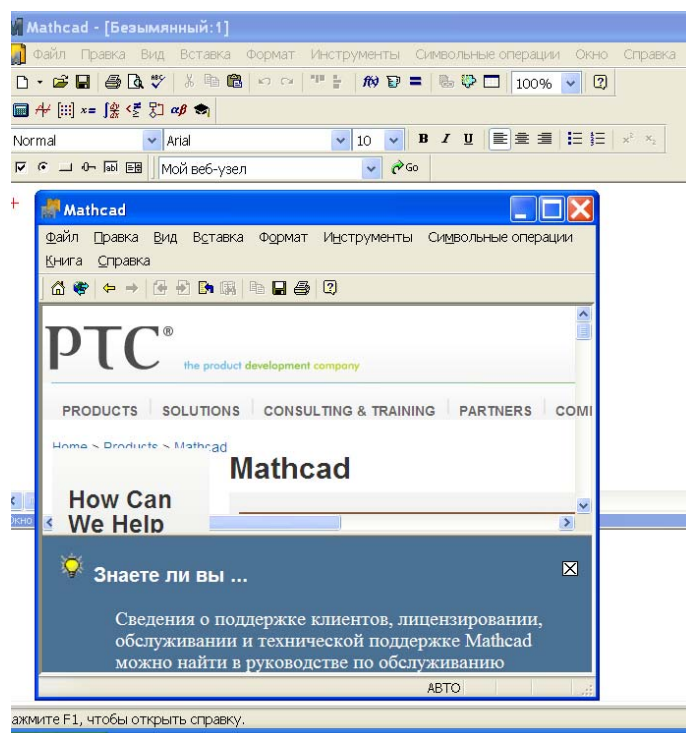


Рис. 1.1. Вид рабочего окна Mathcad после загрузки

ПРИМЕЧАНИЕ

Если у вас установлена английская версия Mathcad, для русификации её в загруженной с моего сайта <http://emakarov.nsknet.ru/> электронной книге используйте каталог **RUS**.

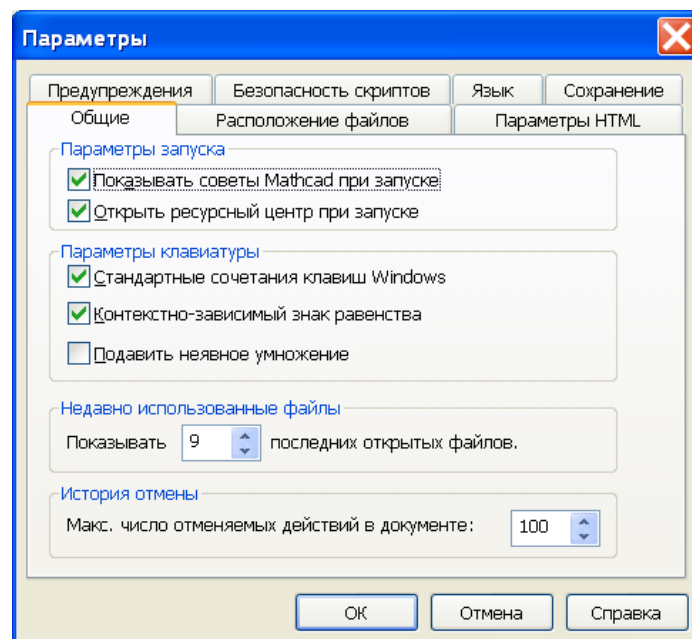


Рис. 1.2. Окно Preferences (Инструменты ► Настройки) в Mathcad 15

Главное меню

Главное меню Mathcad занимает верхнюю строку рабочего окна. Оно не зря называется главным. Все необходимые действия можно выполнить, следуя пунктам этого меню и последовательно открывающихся окон. Щелчок мышью на любом пункте меню открывает подменю с перечнем выполняемых команд. Щелчок мышью на пункте подменю вызывает появление соответствующего диалогового окна.

В главном меню выберите пункт **Вид ► Панели инструментов**. Отметьте три панели; **Стандартная**, **Форматирование**, **Математическая**. Математическую панель перенесите на стандартную. Теперь у вас на экране все необходимые вам в процессе работы панели.

Панели инструментов

Панели инструментов служат для быстрого выполнения наиболее часто применяемых команд. Главное меню Mathcad — осуществляет полное управление всеми процессами, кроме того, позволяет выполнить все команды, объединенные в остальные меню.

- ❑ **Standard** (Стандартная) — служит для выполнения действий с файлами, редактирования документов, вставки объектов и т. д.
- ❑ **Formatting** (Форматирование) — предназначена для форматирования текста и формул.
- ❑ **Math** (Математика) — служит для вставки математических символов и операторов в документы.

Остальные панели практически не используются.

При наведении указателя мыши (курсора) на любую из кнопок рядом с ней появляется всплывающая подсказка — короткий текст, поясняющий назначение кнопки.

Главные инструменты при работе в Mathcad находятся на математической панели.

Математическая панель со всеми подчиненными панелями инструментов показана на рис. 1.3. Щелчок мышью на любом из значков вызывает вставку на место курсора в рабочем документе соответствующего этому значку символа или шаблона выполнения математической операции.

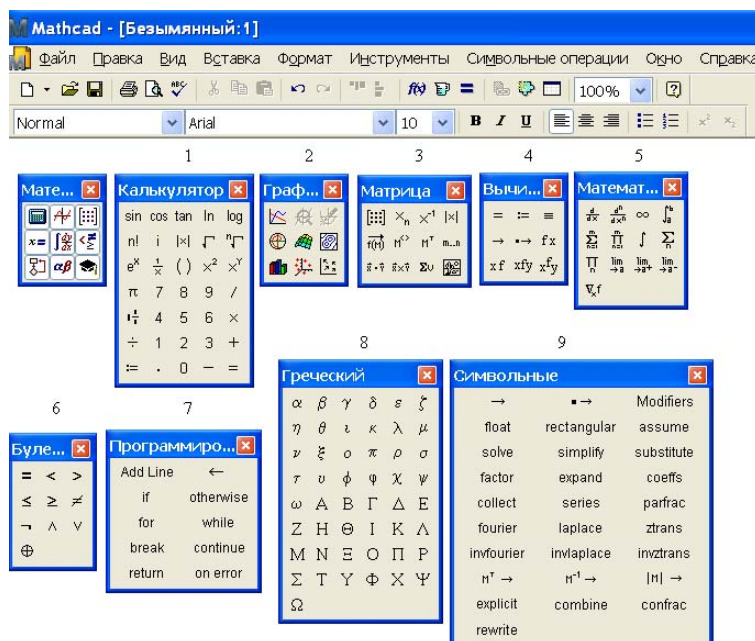


Рис. 1.3. Математическая панель

Открытие электронной книги из меню **Справка** показано на рис. 1.4.

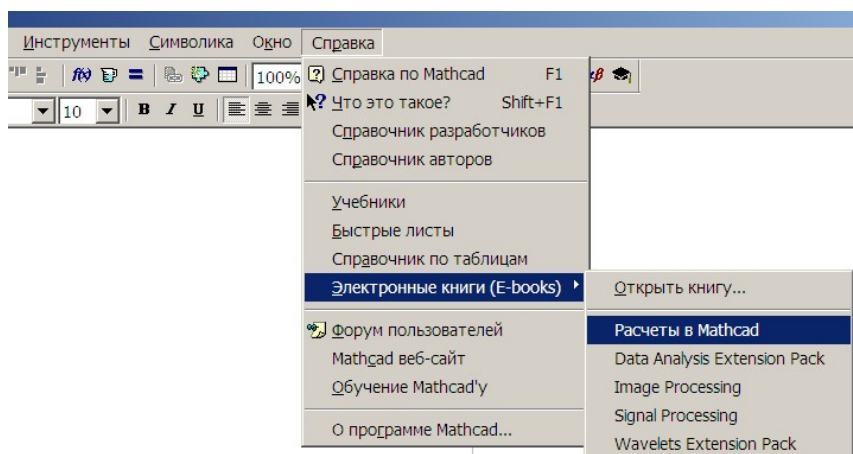


Рис. 1.4. Открытие электронной книги

Глава 1. Построение выражений и графиков в Mathcad

Для изучения электронной книги в Mathcad откройте чистый документ и электронную книгу **Расчёты в Mathcad**. Прочитав часть раздела в книге печатной или в её pdf-файле, посмотрите этот раздел в книге электронной. На чистом листе Mathcad выполните самостоятельно то, что вы видите в электронной книге. В самой электронной книге можно вводить свои числа и выражения, но нельзя их сдвигать. Есть и прочие неудобства в работе.

Наиболее удобно для работы выделить (CTRL+A) всю страницу электронной книги и перетащить её в чистый Mathcad-документ. Вот там уже упражняйтесь, как хотите.

1.1. Построение выражений и их вычисление

Перед началом работы курсор на экране имеет вид крестика. В момент ввода выражения курсор приобретает вид синего уголка, обрамляющего вводимое выражение. В рабочем документе введите какие-либо буквенные выражения и присвойте им численные значения. Имя выражения (все, что стоит слева от оператора присваивания) может состоять из латинских, русских, греческих и других букв и цифр, знаков подчеркивания (), штриха ('), символа процента (%), знака бесконечности, вводимых с клавиатуры.

Имена переменных и функций не могут начинаться с цифры, знака подчеркивания, штриха, символа процента (%), не могут включать в себя пробелы. Символ бесконечности может быть только первым символом в имени.

ВНИМАНИЕ

Mathcad воспринимает прописные и строчные буквы как различные идентификаторы, то же касается букв, изображенных различными шрифтами, — это разные имена.

ПРИМЕЧАНИЕ

Любые имена в Mathcad можно записать с использованием нижнего индекса-комментария. Для этого набрав нужное имя, нажать клавишу “.” (точка). Затем ввести с клавиатуры индекс-комментарий (любой). В Mathcad 14 отличить нижний индекс-комментарий от индекса элемента вектора или матрицы позволяет точка около индекса-комментария (сравните V_k и $V_{k.}$), которая видна при выделении выражения.

Mathcad не делает различий между именами переменных и функций. Если вначале определить функцию $f(x)$, а затем определить переменную f , то произойдет переприсвоение значений и окажется невозможно использовать $f(x)$ в расчетах где-либо после определения f .

ПРИМЕЧАНИЕ

Mathcad 12 не допускает переопределения значений функций. Mathcad 13, 14, 15 его разрешают, но предупреждают о нем появлением волнистой линии под именем функции. В окне **Preference** ((Инструменты ▶ Настройки)) (рис. 1.2), выбрав вкладку **Warnings** (предупреждения), можно такие предупреждения отключить.

Некоторые имена уже используются Mathcad для встроенных констант, единиц измерения и функций. Имена можно переопределить, но следует учитывать, что это уничтожит их встроенные значения и этими константами и функциями пользоваться будет нельзя.

Оператор присваивания ($:=$) в первый раз выберите на математической панели **Calculator** (Калькулятор). Познакомьтесь с содержанием панели. При наведении стрелки указателя мыши на какую-либо кнопку появляется всплывающая подсказка с названием оператора, вызываемого при щелчке на этой кнопке, и указанием клавиши или сочетания клавиш, нажатие которых вызывает то же действие, что и щелчок на кнопке. В дальнейшем оператор присваивания вы будете набирать с клавиатуры, нажав клавишу «двоеточие» (:).

ПРИМЕЧАНИЕ

Распечатайте лист **Горячие клавиши**, в конце книги. Запоминайте Горячие клавиши. Это позволит ускорить работу в Mathcad.

Набрав вычисляемое выражение, нажмите клавишу $(=)$ — появится численный результат (рис. 1.5).

Попробуйте набрать $\frac{x+y}{4}$ — у вас получится $x + \frac{y}{4}$. Для правильной записи надо нажать клавишу пробела так, чтобы уголок курсора охватывал нужную часть выражения (в нашем случае $x+y$). Другой способ — взять выражение в скобки $(x+y)$. В некоторых случаях это просто необходимо.

$$\begin{array}{l} \dagger \quad x := 5 \quad y := 3 \quad a := 10 \quad (5+3) \cdot 10 = 80 \quad (x+y) \cdot a = 80 \\ \dfrac{x+y}{a} = 0.8 \quad \int_0^a x^3 dx = 2.5 \times 10^3 \quad \frac{d}{dx} x^3 = 75 \end{array}$$

Рис. 1.5. Примеры построения математических выражений

1.2. «Цепкие» операторы

С первым захватом «цепкого» оператора вы уже познакомились на примере дроби. «Цепкие» операторы — это возведение в степень, извлечение корня, знаменатель дроби (рис. 1.6). Чтобы вырваться из объятий «цепкого» оператора, надо выделить

клавишей пробела или клавишей \rightarrow (стрелкой вправо) нужную часть выражения, тогда следующая операция будет относиться ко всему выделенному выражению.

На первых порах «цепкие» операторы раздражают. Вы начинаете печатать быстрее и не всегда вспоминаете о выделении нужной части выражения. В результате вместо, например, $x^2 + y$ на экране появляется x^{2+y} . Поупражняйтесь во введении выражений и получении их результатов (рис. 1.7).

Для возведения числа в степень используйте клавишу «^» (над цифрой 6).

надо записать так

$$2^x + a = 42$$

$$\frac{x^2 + y^{0.3}}{\ln(a)} \cdot a + 2 = 116.612$$

$$\sqrt{(x+y)} \cdot \frac{2}{a} - 8 = -7.434$$

забыл нажимать пробелы

$$2^{x+a} = 3.277 \times 10^4$$

$$x^{2+y \frac{0.3}{\ln(a) \cdot a + 2}} = 127.696$$

$$\sqrt{x+y \cdot \frac{2}{a-8}} = 2.828$$

Рис. 1.6. Примеры построения выражений с «цепкими» операторами

вычислить самостоятельно

$$24 + 6^{0.12} \quad b^a \quad \frac{(a+b) \cdot (a-b)}{a \cdot (c-b)} + 2 \cdot \frac{a \cdot b^2}{c^3 + 2}$$

$$\sqrt{12} + \frac{32 \cdot 0.12}{\sqrt{26} - 3^2} \quad \int_0^c e^a \cdot a^{\frac{1}{b}} da \quad \frac{d}{da} a^{\frac{4}{b}}$$

Рис. 1.7. Самостоятельная работа. Построение выражений и их вычисление

1.3. Редактирование объектов Mathcad

Выделение в Mathcad выражения или его части, используется для вырезания или копирования части выражения, изменения шрифта, а также для выполнения символьных вычислений с частями выражений. Способы выделения объектов:

- Уголок курсора перемещается по экрану клавишами со стрелками или щелчком левой кнопки мыши в нужном месте экрана.
- Для расширения выделения на часть выражения или на все выражение целиком можно использовать клавиши со стрелками или клавишу пробела. Для выхода из «цепкого» оператора предпочтительно пользоваться клавишей пробела. Уголок курсора должен охватывать все выражение или его часть, над которой надо выполнить какие-либо действия.
- Для выделения части выражения или всего выражения надо щелкнуть мышью в начале или в конце выделяемой части выражения и переместить курсор до другого края, не отпуская левую кнопку мыши. Можно использовать комбинацию клавиш Shift+← или Shift+→. Выделенная часть выражения имеет черный фон.
- Для выделения объекта или группы объектов (любых — математических, текстовых или графических) надо щелкнуть мышью на свободном месте рабочего документа и растянуть пунктирный прямоугольник выделения так, чтобы он охватил нужные вам объекты. Один объект при этом будет выделен синим уголком курсора, а группа объектов — обведена пунктирной рамкой.

Все три вида выделения выражений показаны на рис. 1.8.

Если надо удалить, вырезать или скопировать в буфер обмена выделенную часть выражения, выделенный объект целиком или группу выделенных объектов, выполните действия, типичные для Windows:

- для удаления (безвозвратного) нажмите клавишу Delete или Backspace;
- для вырезания в буфер обмена нажмите кнопку Cut (Вырезать) с изображением

ножниц на стандартной панели Mathcad. При нажатии кнопки Cut объект исчезает из рабочего документа, но переносится в буфер;

- для копирования в буфер обмена нажмите кнопку Copy (Копировать) с изображением двух страниц на стандартной панели Mathcad. При нажатии кнопки Copy объект остается в рабочем документе и копируется в буфер.
- для вставки объекта из буфера обмена установите крестообразный курсор в то место, куда вы хотите вставить содержимое буфера обмена, и нажмите кнопку Paste (Вставить) на стандартной панели Mathcad.

Поскольку вырезать, копировать, вставлять объекты приходится часто, полезно запомнить сочетания клавиш, нажатие которых вызывает эти действия:

- Cut (Вырезать) — Ctrl+x;
- Copy (Копировать) — Ctrl+c;
- Paste (Вставить) — Ctrl+v;
- Undo (Отмена предыдущего действия) — Ctrl+z.

Эти действия выполняются сочетаниями клавиш, расположенных по соседству, и поэтому легко запоминаются.

Как и во всех Windows-приложениях, выделенный объект или выделенную группу объектов можно перетащить или скопировать с помощью мыши. Для этого следует:

- Перечеркнуть мышью объект или группу объектов, или обвести их. Вокруг объектов появится рамка (рамки).
- подвести мышь к выделенному объекту или группе объектов, чтобы появилась черная ладошка;
- при нажатой левой кнопке мыши перетащить курсор в то место, куда надо переместить объекты;
- если нужно скопировать выделенные объекты, после появления черной ладошки нужно нажать левую кнопку мыши, затем клавишу Ctrl и, удерживая их нажатыми, перетащить курсор в нужное место.

СОВЕТ

При работе с Mathcad постоянно пользуйтесь правой кнопкой мыши. В возникающем при этом контекстном меню появляются, как правило, самые нужные в данный момент пункты, в частности, почти всегда присутствуют пункты Cut (Вырезать), Copy (Копировать), Paste (Вставить).

1.4. Стандартные функции

Mathcad содержит свыше 200 встроенных функций. На стандартной панели нажмите кнопку f(x). Вы увидите список всех встроенных функций. Просмотрите группы функций (левый список). Щелкнув мышью на любой из групп функций, вы увидите справа перечень функций, входящих в эту группу. В этой части книги мы рассмотрим не все функции, а только те, что используются в приведенных примерах.



Рис. 1.8. Примеры использования встроенных констант и функций

Начнем с двух групп: Log and Exponential (Логарифмические и экспоненциальные) и Trigonometric (Тригонометрические). Присмотритесь к написанию этих функций

(рис. 1.8), которое не всегда совпадает с привычной математической записью. Названия функций можно вводить со стандартной панели из раскрытого окна функций $f(x)$, выделив название функции и нажав кнопку **Insert** (Вставить), или набрав имя функции на клавиатуре в точности так, как оно записано в окне функций.

При использовании электронной книги можно копировать в свой документ блоки выражений прямо из электронной книги, затем подставить в них свои параметры.

Наберите и вычислите несколько разных функций.

1.5. Числовые константы. Ввод греческих букв

Введенная с клавиатуры латинская буква e внутри математического выражения означает основание натурального логарифма (см. рис. 1.8) $e = 2,718$. Это значение можно отменить, присвоив e другое значение, используя знак локального присваивания $:=$, например: $e:=2$.

Знак бесконечности ∞ можно вставить с математической панели **Calculus** (со знаком интеграла).

Часто используемое в выражениях число π можно набрать с математической панели **Calculator** (Калькулятор), где есть кнопка π , или нажав аналогичную кнопку панели греческих букв.

СОВЕТ

Есть и более простой способ ввода греческих букв. Надо с клавиатуры набрать латинский аналог греческой буквы, как правило, первую букву в латинском названии греческой буквы. Введя аналог греческой буквы, следует нажать комбинацию клавиш **Ctrl+G**. На экране появится греческая буква — прописная или строчная в зависимости от того, в верхнем или в нижнем регистре был набран ее латинский аналог.

Греческие буквы и их аналоги (в скобках):

$\alpha(a)$, $\beta(b)$, $\chi(c)$, $\delta(d)$, $\varepsilon(e)$, $\eta(h)$, $\gamma(g)$, $\lambda(l)$, $\mu(m)$, $\nu(n)$, $\omega(w)$, $\phi(f)$, $\pi(p)$, $\psi(y)$, $\rho(r)$, $\sigma(s)$, $\tau(t)$, $\theta(q)$, $\xi(x)$, $\zeta(z)$.

Наберите несколько выражений с греческими буквами, например: $\delta := 2$, $\Delta := 2$, $\sin(\alpha)$ и т. д.

ВНИМАНИЕ

Mathcad вычисляет выражения слева направо и сверху вниз.

Если какой-либо константе или переменной не присвоено никакого значения левее и выше ее положения на экране, то она окрашена в красный цвет, что свидетельствует об ошибке.

1.6. Ввод текста

Для ввода текста в документ можно в главном меню выбрать команду **Insert ► Text Region** (Вставить ► Текстовую область), но лучше ввести с клавиатуры символ " (кавычка). При этом на экране появляется текстовая область, в которой можно печатать текст.

СОВЕТ

Еще лучше, сменив латинский шрифт на русский, печатать текст прямо в математической области. Когда напечатано первое слово, при нажатии клавиши пробела область с напечатанным словом автоматически из математической превращается в текстовую.

В текстовую область можно вставлять математическую область. Для этого в главном меню Mathcad следует выбрать команду **Insert ► Math. Region** (Вставить ► Математическую область). Вставленная математическая область участвует в вычислениях наравне с другими математическими выражениями.

ПРИМЕЧАНИЕ

При наборе текстовой области в контекстном меню (при нажатии правой кнопки мыши) присутствует пункт **Insert Math Region** (Вставить регион формул).

При желании вставленную математическую область можно отключить (рис. 1.9). Для этого щелкните правой кнопкой мыши на вставленном выражении и в открывшемся контекстном меню выберите команду **Disable Evaluation** (Отключить вычисление). После этого вставленное математическое выражение будет играть роль иллюстрации.

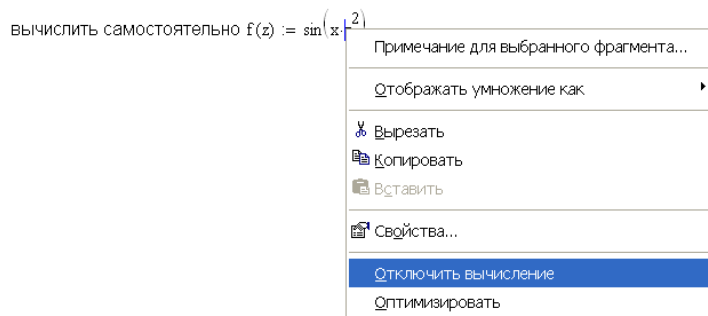


Рис. 1.9. Математическая область, вставленная в текст

Текстовой области в Mathcad присвоен стиль **Normal**. Чтобы настроить его, сделайте следующее:

В контекстном меню (при нажатии правой кнопки мыши) выберите пункты **Шрифт**, **Абзац** или **Стиль**.

В появившемся диалоговом окне выберите шрифт (**Font**), форму шрифта (**Style Font**) и размер (**Size**).

1.7. Функции пользователя

Удобство и эффективность расчетов в Mathcad прежде всего определяется возможностью и легкостью создания функций пользователя. При многократном использовании одного и того же выражения без функций пользователя просто не обойтись.

Вид функции пользователя (рис. 1.10): слева *название функции (с параметрами в скобках)*, справа, после оператора присваивания $:=$, *вычисляемое выражение*.

Переменные величины, входящие в правую часть, должны быть записаны в параметры после имени функции. Все величины из правой части, не входящие в параметры левой части, должны быть заданы численно левее и выше функции пользователя. В противном случае Mathcad указывает на ошибку, окрашивая не заданную величину в красный цвет. При выделении функции щелчком мыши появляется текст сообщения об ошибке **This variable is not defined above** (Эта переменная не определена ранее).

$$x := 3 \quad a := 0.4 \quad f(z) := \sin(x \cdot z^a) \quad f1(z) := \int_0^z f(z) dz$$

$$f2(z) := \frac{d}{dz} f(z) \quad f3(z) := \frac{d^3}{dz^3} f(z)$$

Здесь x и a - константы.

Рис. 1.10. Функции пользователя

Функция пользователя не вычисляется Mathcad, а принимается к сведению. Для вычисления функции надо задать численные значения всех параметров в имени функции, набрать имя функции и нажать клавишу $=$.

1.8. Дискретные переменные. Построение таблиц

Одно из лучших творений создателей Mathcad — это дискретная переменная, выполняющая роль оператора цикла. В ряде книг по Mathcad ее называют ранжированной переменной. Однако это не лучший перевод выражения «range variable». Выражение «дискретная переменная», более точно отражает суть понятия — диапазон изменения переменной: вместо непрерывной переменной используется ряд чисел, выстроенных в порядке возрастания или убывания. Простота использования этого оператора восхищает. Без использования дискретной переменной было бы очень сложно построить графики, вывести таблицы результатов расчета. Если в функцию пользователя подставить численное значение переменной,

результатом расчета будет число. Дискретная переменная задает ряд значений переменной, для которых вычисляется функция пользователя. Этот ряд значений функции можно вывести в виде графика или таблицы.

Определение дискретной переменной имеет вид $x := 0..5$, что означает задание ряда значений $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Пример:

$$f(x) := \sin(x) \cos(x), \quad x := 0..5, \quad f(x) = \text{ответ.}$$

Ответ выводится в виде вектора (столбца чисел) (рис. 1.11) или графика (рис. 1.12).

$a := 10 \quad b := 5 \quad n := 5$ поменяйте a,b,n

$z := 0..5 \quad z1 := 0,0.2..1 \quad z2 := a, a + \frac{b-a}{n} .. b \quad z3 := b, b - \frac{b-a}{n} .. a$

$z =$	$z1 =$	$z1 =$	$f1(z1) =$	$z2 =$	$f2(z2) =$	$z3 =$	$f3(z3) =$
0	0	0	0	10	0.094	5	-0.106
1	0.141	0.2	0.171	9	0.189	6	-0.064
2	0.729	0.4	0.362	8	0.283	7	-0.034
3	0.998	0.6	0.514	7	0.362	8	-0.014
4	0.872	0.8	0.617	6	0.406	9	-5.754·10 ⁻⁴
5	0.542	1	0.669	5	0.384	10	7.867·10 ⁻³

измените формат чисел

Рис. 1.11. Дискретные переменные. Числовые результаты выведены для функций, приведенных на рис. 1.10

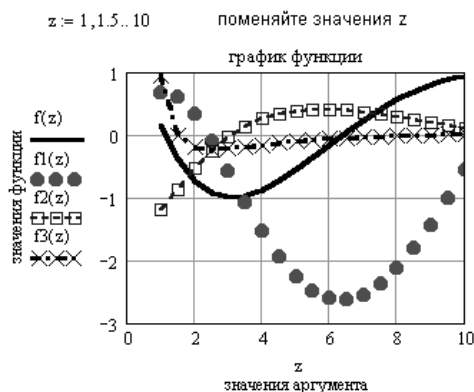
Дискретная переменная может задавать как целые, так и дробные значения переменной, но обязательно равноотстоящие друг от друга, например:

- $x := 0..5$ — ряд целых чисел от 0 до 5;
- $x := 1, 1.1..5$ — ряд дробных чисел, где 1 — первое число, 1.1 — второе число, 5 — последнее число. Интервал между числами $1,1 - 1 = 0,1$;
- $x := A, A - \frac{B-A}{n} .. B$ — ряд чисел, где A — первое, $A - \frac{B-A}{n}$ — второе, B — последнее число (A и B должны быть заданы заранее), n — число интервалов, на которые разбит отрезок от A до B . Такая форма записи удобна, когда рассматриваются разные варианты одного расчета и изменение констант A и B позволяет мгновенно пересчитать результаты и перестроить графики.

ВНИМАНИЕ

Двоеточие (знак диапазона) нельзя набирать с клавиатуры, нажимая два раза клавишу «точка». Надо на клавиатуре нажать клавишу ; (точка с запятой).

Если константы, входящие в правую часть функции пользователя, не задаются непосредственно перед использованием функции, Mathcad берет их значения, использовавшиеся в последний раз перед данным расчетом. Проверьте, устраивают ли вас эти значения. Наберите имя параметра и нажмите клавишу =.



Самостоятельно сделайте такой же график и отформатируйте его до такого вида

Рис. 1.12. Графики функций, приведенных на рис. 1.10

1.9. Форматирование чисел

В Mathcad на результат расчета повлиять нельзя, но можно изменить формат вывода чисел. В Mathcad 11 вычисления совершаются с точностью 17 знаков.

Установив указатель мыши на нужном численном результате расчета, сделайте двойной щелчок левой кнопкой мыши. Откроется окно форматирования чисел **Result Format** (Формат результата), открытый на пункте **Number Format** (Формат чисел). В этом окне можно выбрать следующие форматы:

- ☐ **General** (Общий) — принят по умолчанию. Числа отображаются с порядком. Число знаков перед запятой определяется в пункте **Exponential threshold** (Экспоненциальный порог).
- ☐ **Decimal** (Десятичный) — десятичное представление чисел с плавающей запятой: 12,2564.
- ☐ **Scientific** (Научный) — числа отображаются только с порядком: $1,22 \times 10^5$.
- ☐ **Engineering** (Инженерный) — числа отображаются только с порядком, кратным 3: $1,22 \times 10^6$.
- ☐ **Fraction** (Дробь) — в виде правильной или неправильной дроби: $\frac{5}{3}$ или $1\frac{2}{3}$.

В дробном формате можно выбрать уровень точности (**Level of accuracy**) и смешанные числа (**Use fixed number**).

Кроме вида формата можно изменять число знаков после запятой (**Number of decimal pieces**) и порог порядка (**Exponential threshold**). При превышении порога число отображается с порядком. Примеры вывода чисел в различных форматах приведены на рис. 1.13. Mathcad автоматически округляет числа до нуля, если они меньше установленного порога.

Форматы чисел	для выражения $a := e^{10}$	
General (по умолчанию)	$a = 2.203 \times 10^4$	
Decimal	$a = 22026.5$	
Scientific	$a = 2.203 \times 10^4$	$a = 2.203 \times 10^4$
Engineering	$a = 22.026 \times 10^3$	$a = 22.026E+003$
Fraction	$a = \frac{11053739568}{501839}$	$a = 22026 \frac{233754}{501839}$

Вывод значений функций с использованием дискретной переменной

Формат чисел			
$z := 1..5$	десятичный	научный	инженерный
$z =$	$f(z) =$	$f1(z) =$	$f2(z) =$
1	0.14112	$6.692 \cdot 10^{-1}$	$-1.188 \cdot 10^0$
2	-0.72905	$3.201 \cdot 10^{-1}$	$-541.892 \cdot 10^{-3}$
3	-0.99838	$-5.858 \cdot 10^{-1}$	$-35.271 \cdot 10^{-3}$
4	-0.8723	$-1.545 \cdot 10^0$	$255.407 \cdot 10^{-3}$
5	-0.5415	$-2.263 \cdot 10^0$	$384.096 \cdot 10^{-3}$

Рис. 13. Примеры форматирования результата численного расчета

Выбранные установки могут быть применены только к выделенному числу (выберите пункт **OK**) или по умолчанию ко всем числам данного документа (выберите пункт **Set as default** (Применить по умолчанию)).

1.10. Построение плоского графика функции

Для построения плоского графика функции следует:

- ☐ установить крестообразный курсор в то место, где надо построить график;
- ☐ на математической панели щелкнуть мышью на кнопке **Graph Toolbar** ► **X-Y Plot** (График ► Плоский график);

- ❑ в появившемся на месте курсора шаблоне плоского графика введите на оси абсцисс имя аргумента, на оси ординат — имя функции;
- ❑ щелкните мышью вне шаблона графика. График построен для заданного диапазона изменения аргумента.

Если диапазон значений аргумента не задан, по умолчанию график будет построен в диапазоне значений аргумента от -10 до 10 .

Чтобы на одном шаблоне разместить несколько графиков, надо, набрав на оси ординат имя первой функции, нажать клавишу запятой (уголок курсора при этом обязательно должен находиться в конце имени функции). В появившемся месте ввода (черном квадратике) впишите имя второй функции и т. д.

Если две функции имеют разные аргументы, например, $f_1(x)$ и $f_2(y)$, то на оси ординат нужно ввести (через запятую) имена обеих функций, а на оси абсцисс (также через запятую) — имена обоих аргументов, x и y . Тогда первый график будет построен для первой функции по первому аргументу, а второй график — для второй функции по второму аргументу.

Если функций введено несколько, а аргументов — 2, то график первой функции строится по первому аргументу, а графики остальных функций — по второму.

Если ввести на осях ординат и абсцисс имена двух функций одного аргумента, то будет построен параметрический график функции (рис. 1.14).

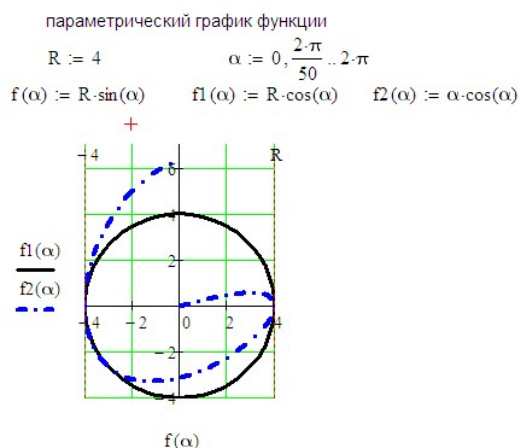


Рис. 1.14. Параметрический график функции

Чтобы отформатировать график, сделайте двойной щелчок мышью в поле графика — откроется окно форматирования графика (рис. 1.15). «Погуляйте» по окну. Выбирайте различные пункты меню (щелкнув на них мышью, а затем на кнопке Применить или ОК) и посмотрите, как изменится при этом вид графика.

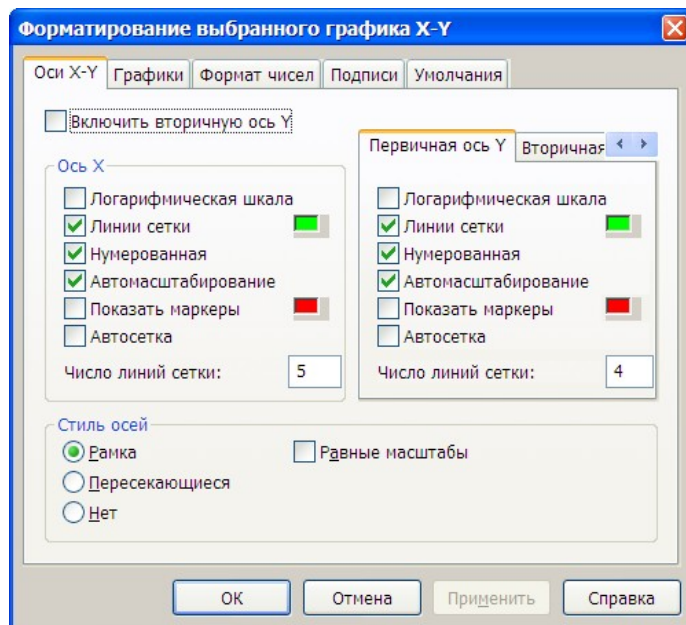


Рис. 1.15. Окно форматирования плоского графика

Имеется возможность нанести численные значения как слева, так и справа от графика. Если это вам надо, поставьте флажок на пункте включить **дополнительную ось Y**. Справой стороны графика появится **Placeholder** (место ввода), куда надо вписать имя функции, выводимой на график.

Чтобы отформатировать график выберите пункт **График** на рис. 1.15. Появится окно, приведенное на рис. 1.16.

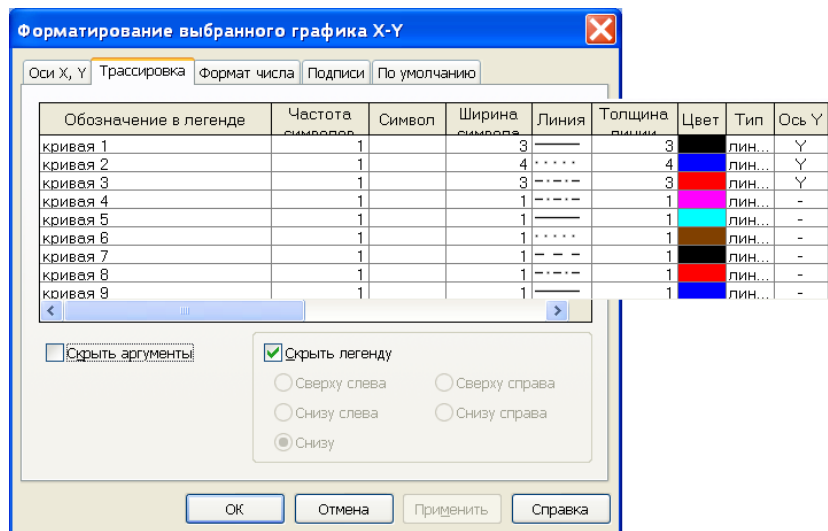


Рис. 1.16. Окно Графики двумерного графика в Mathcad

Выполните самостоятельную работу (рис. 1.17) и поработайте с графиками приведенных в примерах функций.

вычислить самостоятельно и построить графики функций $c := 0.5$ $b := 2$

$$f(x) := \sin(x) \cdot \cos(x) \quad f(x) := e^{-c \cdot x} + b \cdot \sin(c \cdot x)$$

$$f1(x) := \int_c^b f(x) dx \quad f2(x) := \frac{d}{dx} f(x) \quad f3(x) := \frac{d^2}{dx^2} f(x)$$

Рис. 1.17. Самостоятельная работа с графиками

Чтобы изменить размеры графика, нужно:

- ☐ щелкнуть мышью в поле графика;
- ☐ подвести указатель мыши к одному из черных квадратиков на краю графика;
- ☐ при появлении двунаправленной стрелки нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, переместить край графика в нужное место.

Чтобы переместить график, нужно:

- ☐ щелкнуть мышью в поле графика;
- ☐ подвести указатель мыши к краю графика;
- ☐ при появлении черной ладошки нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее, переместить график в нужное место.

ПРИМЕЧАНИЕ

Точно так же можно переместить любой объект документа: выражение, текст, график.

Описанный способ перемещения объектов — традиционный для Windows.

Другой, традиционный для Windows способ: выделить объекты мышью, вырезать (CTRL+A), скопировать в буфер (CTRL+C), вставить (CTRL+V) СОБЕТ

На первых порах не торопитесь вырезать объекты. В описанной процедуре перемещения вместо того, чтобы вырезать объект в буфер, лучше скопировать его, а затем вставить из буфера в нужное место. Убедившись, что все вышло, как задумано, можно вернуться в исходную позицию и удалить теперь уже лишние объекты, то есть снова выделить их рамкой и нажать на клавиатуре клавишу Delete (удалить безвозвратно).

Если объекты (выражения, графики) перекрывают друг друга, в контекстном меню появляются пункты **Bring to Front** (Выдвинуть на передний план) и **Send to Back** (Убрать на задний план). Использование этих пунктов позволяет экономить место в документе, специально накладывая края объектов один на другой.

Если вам надо раздвинуть наложившиеся друг на друга объекты, выделите их, перечеркнув мышью при нажатой левой кнопке. Все выделенные объекты будут обведены пунктирной рамкой. В главном меню Mathcad выберите **Format** ► **Separate Region** (Разделить области). При этом будут раздвинуты только выделенные области.

Если надо раздвинуть два объекта, подведите к одному из них курсор. При появлении черной ладошки нажмите левую кнопку мыши и, двигая мышью, переместите объект в нужное место.

ВНИМАНИЕ

Не нажимайте кнопку **Separate Region**, не выделив предварительно объекты, так как Mathcad при этой команде раздвигает области сразу во всем документе. Для экономии места в документе объекты обычно располагают как можно ближе друг к другу. Mathcad раздвигает документы сверху вниз и при этом может нарушить нужную вам последовательность вычислений.

1.11. Построение трехмерных графиков

Для построения трехмерного графика

- ❑ Наберите имя функции двух переменных, знак присвоения значения $:=$ и выражение функции.
- ❑ Установите курсор в то место, где вы хотите построить график.
- ❑ В математической панели щелкните мышью на кнопке **Graph Toolbar** (Панель графиков), изображающей график, затем на **Surface Plot** (график поверхности). На месте курсора появится шаблон трехмерного графика.
- ❑ В единственном поле ввода шаблона графика введите имя функции.
- ❑ Щелкните мышью вне области шаблона. График построен (рис. 1.18, *слева*).

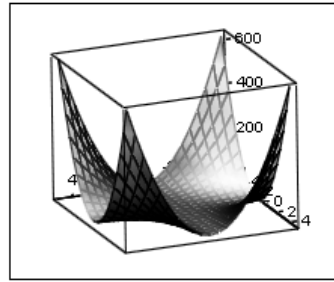
При таком построении графика поверхности обе переменные изменяются от -5 до 5. Чтобы указать реальное изменение переменных выполните двойной щелчок мышью по графику. Откроется панель форматирования 3D-графиков (рис. 1.19). Выберите вкладку **Данные QuickPlot** и введите нужные вам значения начала и конца значений переменных.

Кроме описанного способа ускоренного построения графика поверхности по функции двух переменных существует и часто применяется другой способ создания графика поверхности — с использованием массива численных значений функции. Результат такого построения показан на рис. 1.18, *справа*. Для такого построения 3D-графика нужно:

- ❑ с помощью дискретных переменных ввести значения обоих аргументов заданной функции;
- ❑ ввести массив, элементами которого являются значения функции, вычисленные при заданных значениях аргументов;
- ❑ установите курсор в то место, где вы хотите построить график;
- ❑ в математической панели щелкните мышью на кнопке, изображающей график, и выберите трехмерный график. На месте курсора появится шаблон трехмерного графика;
- ❑ в единственном поле ввода шаблона графика введите имя функции;
- ❑ щелкните мышью вне области шаблона. График построен.

Построение графика поверхности
ускоренным путем (заданием функции)

$$f(x,y) := (x^2 \cdot y^2)$$

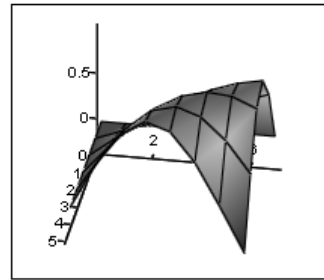


f

Построение графика поверхности
путем создания массива данных

$$n := 5 \quad m := 7 \quad i := 0..n \quad j := 0..m$$

$$X_i := 0.5 \cdot i \quad Y_j := 0.2 \cdot j \quad Z_{i,j} := \sin(X_i \cdot Y_j)$$



Z

Рис. 1.18. Построение трехмерных графиков

График получился черно-белый, некрасивый, Mathcad позволяет сделать из него почти произведение искусства. Выполните следующие действия:

- ❑ Сделайте двойной щелчок мышью в поле графика — появится окно форматирования графика (рис. 1.19).
- ❑ Выберите пункт **Appearance** (Вид) ► **Fill surface** (Заливка пов-ти) ► **Colormap** (Карта цветов). Щелкните мышью на кнопке **Применить**. График стал цветным.
- ❑ Если вы строите объемный график функции (рис.1.18, слева), то в меню форматирования выберите пункт **QuickPlotData** (Данные быстрого графика). По умолчанию Mathcad строит график поверхности, задавая значения обоих аргументов в пределах от -5 до $+5$. Впишите свои значения аргументов. Здесь же вы можете поменять систему координат, сменив декартову систему (прямоугольную) на сферическую или цилиндрическую.
- ❑ Выберите в окне форматирования пункт **Lighting** (Подсветка) ► **Enable Lighting** (Необходима подсветка) ► **On** (Включить подсветку). Выберите схему освещения (**Lighting schema**). В выпадающем меню находятся 6 различных схем. Выберите любую и нажмите на кнопку **Применить** или **ОК**. Полюбуйтесь на эффект освещения.
- ❑ Щелкните правой кнопкой мыши на графике — откроется контекстное меню, дающее дополнительные возможности улучшения графика. Выбирайте различные пункты и смотрите, как они влияют на график.

В окне форматирования на вкладке **General** (Общие) внизу перечислены 6 типов графиков (рис. 1.19):

- ❑ **Surface plot** — график поверхности;
- ❑ **Contour plot** — график линий уровня;
- ❑ **Date points** — на графике только расчетные точки;
- ❑ **Vector Field plot** — график векторного поля;
- ❑ **Bar plot** — график трехмерной гистограммы;
- ❑ **Patch plot** — площадки расчетных значений.

Щелкните мышью на каком-либо типе графика, а затем на кнопке **Применить**. Посмотрите все типы графиков, кроме векторной диаграммы.

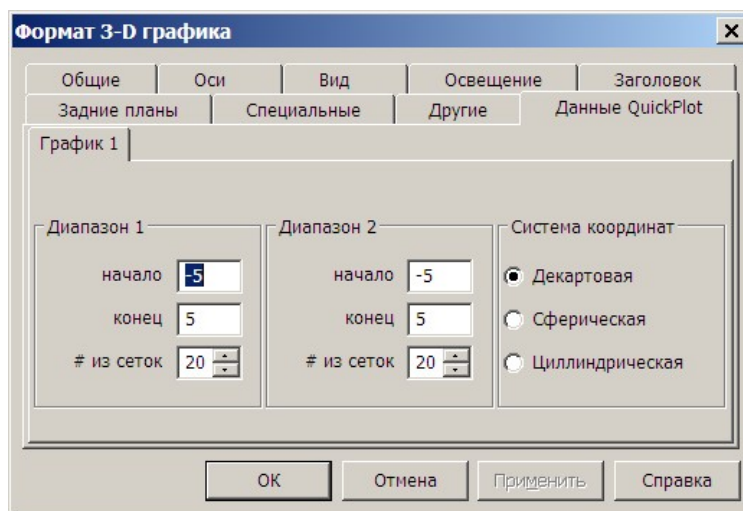


Рис. 1.19. Панель форматирования 3D-графиков

Дополнительные возможности работы с графиком:

- ❑ Вращение графика. Поместите курсор в область графика. Двигайте курсор при нажатой левой клавише мыши.
- ❑ Масштабирование графика. Действия те же при нажатой клавише Ctrl.
- ❑ Анимация графика. Действия те же при нажатой клавише Shift. Для остановки вращения щелкнуть левой клавишей мыши внутри поля графика.

Панель форматирования трехмерных графиков, приведенная на рис. 1.19, содержит 9 вкладок, обеспечивающих возможности форматирования графиков.

При выполнении самостоятельных заданий поэкспериментируйте с различными вариантами форматирования графиков.

Научившись строить математические выражения, функции пользователя и графики, познакомимся с основными возможностями Mathcad, наиболее часто используемыми функциями и приемами работы.

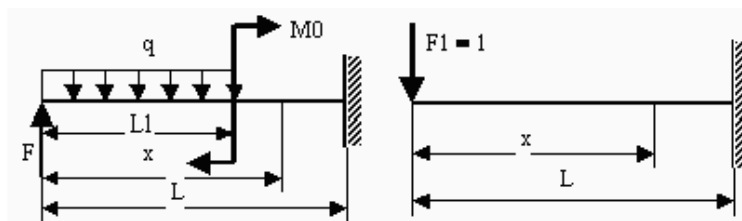
2.1. Ступенчатые и разрывные функции и выражения. Условие в Mathcad

Используемые в расчетах функции не всегда бывают непрерывными. Часто при разных значениях аргумента функция описывается различными выражениями. Бывают функции ступенчатые или с разрывами. При вычислении производных или интегралов от таких функций приходится их брать по частям. Условный оператор позволяет записать такие функции в виде одного выражения, что упрощает расчеты и украшает Mathcad-документ.

В Mathcad существуют три различных способа ввода условий:

1. с помощью функции условия if;
2. с помощью оператора if с панели программирования;
3. с использованием булевых операторов.

Рассмотрим пример вычисления перемещения балки при изгибе с помощью интеграла Мора (рис. 2.1). На балке есть два участка, на которых изгибающий момент описывается различными функциями $M_1(x)$ и $M_2(x)$.



Изгибающие моменты от внешних сил

$$M_1(x) := F \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad M_2(x) := F \cdot x - q \cdot L_1 \cdot \left(x - \frac{L_1}{2}\right) + M_0$$

Изгибающий момент от единичной силы $MM(x) := x$

Условный оператор
программирования if

$$M(x) := \begin{cases} M_1(x) & \text{if } x \leq L_1 \\ M_2(x) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Функция условия if

$$M(x) := \text{if}(x \leq L_1, M_1(x), M_2(x))$$

если то иначе

Применение булевых операторов $M(x) := M_1(x) \cdot (x \leq L_1) + M_2(x) \cdot (x > L_1)$

Все 3 выражения $M(x)$ эквивалентны

F, q, M_0, L_1, L - заданы глобально около графика

поперечная сила прогиб балки $E := 2 \cdot 10^{11}$ $J := 2000 \cdot 10^{-8}$

$$Q(x) := \frac{d}{dx} M(x) \quad \Delta := \int_0^L \frac{M(x) \cdot MM(x)}{E \cdot J} dx \quad \Delta = 0.013$$

Рис. 2.1. Определение перемещения балки

1. Для использования функции условия if нужно:

- записать имя выражения и оператор присваивания (:=);
- на стандартной панели нажать кнопку $f(x)$ и в списке встроенных функций выбрать if, после чего нажать кнопку Insert (Вставка). Появится шаблон функции if с тремя местами ввода;
- заполнить места ввода.
- **Обращение к функции:** $\text{if}(\text{cond}, x, y)$,

- где **cond** — условие типа $x \leq L_1$, x и y — значения, возвращаемые функцией. Если условие выполняется, то выражению присваивается значение x , если не выполняется, то значение y .

ПРИМЕЧАНИЕ

На практике функция условия используется редко. Используйте два нижеприведенных способа записи условия.

2. Чтобы записать условный оператор с панели программирования, следует:

- записать имя выражения и оператор присваивания (**:=**);
- вызвать панель программирования **Programming Toolbar** (Программирование) нажатием соответствующей кнопки математической панели и щелкнуть мышью на кнопке **Add lines** (Добавить линию);
- в верхнем поле ввода (черный квадратик) ввести выражение для изгибающего момента на первом участке;
- щелкнуть мышью на кнопке **if** на панели программирования (выражение для изгибающего момента при этом должно быть полностью выделено синим уголком или взято в скобки); появится место ввода, куда надо вписать условие, например, $x \leq L_1$ или $0 \leq x \leq L_1$;
- в нижнем поле ввода (у вертикальной черты) ввести изгибающий момент для второго участка и выделить его целиком синим уголком (клавишей пробела);
- щелкнуть мышью на кнопке **Otherwise** (Иначе) на панели программирования (или выбрать **if** и вписать условие $x > L_1$). Функция $M(x)$ готова.

3. Использование логических (булевых) операторов состоит в умножении слагаемых заданного выражения на соответствующий логический оператор. Логические операторы вводятся с **Панели Логики (Boolean Toolbar)**. Булевы операторы могут возвращать только 0 или 1. Если условие справедливо, то значением оператора является 1, если несправедливо, то 0. В математическом выражении умножение на логический оператор обращает соответствующее слагаемое в ноль или не меняет его значения. Фактически логический оператор включает или выключает слагаемое.

Пример применения всех трех форм записи условия показан на рис. 2.1.

ПРИМЕЧАНИЕ

Для вставки в Mathcad-документ рисунка надо скопировать его в буфер в той программе, в которой он сделан или открыт. Затем вставить его в Mathcad-документ из буфера (клавишами CTRL+V).

2.2. Глобальное присвоение значений

Посмотрите на функцию $M(x)$ (рис. 2.2), она содержит константы — нагрузки и длины P , q , M_0 и L_1 . До сих пор эти константы не были заданы. Но строгий Mathcad, тем не менее, не указывает на ошибку. Дело в том, что константы заданы глобально около графика.

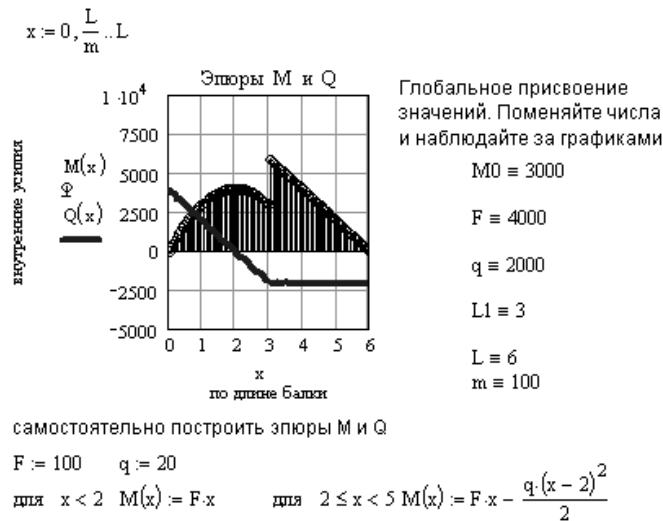


Рис. 2.2. Эпюры внутренних усилий для балки, изображенной на рис. 2.1

Чтобы присвоить некоторой константе глобальное значение, нужно:

- набрать с клавиатуры имя константы;
- в математической панели щелкнуть мышью на кнопке \equiv ;
- щелкнуть на кнопке \equiv в открывшейся панели Evaluation (Вычисление) или нажать комбинацию клавиш $\text{Shift}+\sim$.

Обратите внимание: если локальный оператор присваивания ($:=$) действует вправо и вниз от места ввода, то глобальный оператор присваивания (\equiv) действует по всему документу, и вверх, и вниз. При открытии документа интерпретатор Mathcad вначале просматривает весь документ сверху вниз, отыскивая глобальные операторы присваивания, затем при втором проходе выполняет локальные присваивания.

СОВЕТ

Следует избегать присвоения одному и тому же имени константы и глобального, и локального значений, так как при этом глобальное значение отменяется локальным.

Глобальные операторы присваивания значений константам удобно размещать вблизи таблиц или графиков, чтобы, изменяя присваиваемое значение, сразу видеть изменение результатов расчета.

В рассматриваемом примере поменяйте значения нагрузок P , q , M_0 , длин L_1 , L и число интервалов разбиения длины балки n . Самостоятельно постройте и отформатируйте графики для функции, заданной на рис. 2.2.

2.3. Символьные вычисления

Наряду с числовыми расчетами Mathcad может производить вычисления в символьном виде. Существует два способа символьных вычислений:

1. С использованием меню **Symbolics** (Символьные вычисления) из главного меню Mathcad.
2. С использованием панели **Symbolic** из математической панели.

Пример использования меню **Symbolics** приведен в следующем разделе (см. рис. 2.4), а пока ограничимся наиболее простым и часто используемым методом — применением символьного знака равенства (\rightarrow). В качестве примера рассмотрим вычисление неопределенного интеграла (рис. 2.3).

Далее описан порядок символьных вычислений интеграла:

- ❑ В математической панели щелкнуть мышью на кнопке **Calculus Toolbar** (Панель вычислений) со значком интеграла.
- ❑ В открывшейся панели выбрать, щелкнув мышью, шаблон неопределенного интеграла.
- ❑ Заполнить места ввода — вписать интегрируемое выражение или имя интегрируемой функции, а также имя переменной в шаблоне дифференциала.
- ❑ Ввести символьный знак равенства (\rightarrow). Это можно сделать с помощью двух

панели, вызываемой из математической: **Evaluation Toolbar (Вычисления)**. Лучше вводить этот оператор с клавиатуры, нажав комбинацию клавиш (Ctrl+. точка). На экране появится результат символьного вычисления.

The screenshot shows the **Evaluation Toolbar** with the following options:

- $p := 2$ and $p := p$ (with a note: "отмена предыдущего численного значения p" - cancel previous numerical value of p)
- $f(z) := \sin(g \cdot z) \cdot \cos\left(\frac{z}{p}\right)$ (with a note: "вместо p1 поставьте p, оно будет заменено числом" - instead of p1 put p, it will be replaced by a number)
- $\frac{d}{dv} (\sin(v) \cdot \cos(v)) \rightarrow \cos(v)^2 - \sin(v)^2$
- $\int f(z) dz \rightarrow \frac{-1}{2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{g \cdot p + 1}{p} \cdot z\right)}{g \cdot p + 1} \cdot p - \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{g \cdot p - 1}{p} \cdot z\right)}{g \cdot p - 1} \cdot p$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow \frac{1}{6} \cdot \pi^2$ and $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sin(3 \cdot t)^2}{\ln(1 + 2 \cdot t)^2} \rightarrow 0$
- самостоятельно проинтегрируйте и продифференцируйте функции
- $\tan(t)^2$, $(\tan(t) + \cot(t))^2$, $e^{3 \cdot t} \cdot 3^t$
- вычислите сумму и произведение членов ряда при n, стремящемся к бесконечности: $\frac{2 \cdot n + 1}{n^2 \cdot (n + 1)^2}$
- вычислить пределы функций при t, стремящемся к нулю: $\frac{\sin(t) - a \tan(t)}{t^3}$

Рис. 2.3. Символьное вычисление производной, интеграла, сумм, произведений, пределов

- Аналогично можно выполнить все операции, предусмотренные на панели **Calculus Toolbar (Панель вычислений)** со значком интеграла, а именно: вычисление производной любого заданного порядка, определенного и неопределенного интегралов, суммы или произведения ряда, предела выражения. Решите самостоятельно приведенные на рис. 2.3 примеры.

Недостаток использования символьного знака равенства заключается в том, что величины, которым были ранее присвоены численные значения, сохраняют их и при символьном вычислении, то есть вместо символьного вычисления получается численное.

СОВЕТ

Чтобы получить символьное вычисление вместо численного, необходимо отменить предыдущие численные значения всех параметров, присвоив каждому параметру значение самого себя, типа **X := X** (рис. 2.3).

Достоинство использования символьного знака равенства — в том, что найденное решение пересчитывается автоматически при изменении выражения или входящих в него величин и участвует в последующих расчетах.

2.4. Решение уравнений

Mathcad позволяет решить любое алгебраическое, а также многие дифференциальные и интегральные уравнения. Произвольно, «с потолка» взятые дифференциальные и интегральные уравнения и системы уравнений вообще не имеют решений, и Mathcad не в силах сотворить чудо.

Для примера возьмем квадратное уравнение и найдем его решение вначале символьным, затем численным способом.

2.4.1. Символьное решение

Для символьного решения уравнения нужно:

- набрать решаемое уравнение и синим уголком курсора выделить переменную, относительно которой нужно решить уравнение;
- в главном меню выбрать команду **Symbolics ► Variable ► Solve** (Символьные

Решить уравнение
символьно

$$a \cdot h^2 + h - b = 0$$

имеет решение(я)

С помощью меню
Symbolic

$$\left(\frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot b + 1} - 1}{2 \cdot a}, \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot b + 1} + 1}{2 \cdot a} \right)$$

Рис. 2.4. Символьное решение уравнения

Недостаток использования меню **Symbolics** заключается в том, что найденное решение не пересчитывается автоматически при изменении выражения или входящих в него величин и не участвует в последующих расчетах.

Достоинством использования меню **Symbolics** является то, что ранее принятые численные значения величин не учитываются в символьных расчетах.

Если выделенное выражение не имеет символьного решения (а большинство уравнений не имеет символьного решения), то Mathcad сообщает об ошибке: «No solution was found» («Решение не найдено»).

2.4.2. Численное решение (функция root)

Рассмотрим одну из ряда функций, позволяющих решить алгебраические уравнения, — функцию **root**.

Обращение к функции: $\text{root}(f(x), x)$,

где $f(x) = 0$. Возвращает значение x , при котором функция $f(x) = 0$.

Функция **root** решает уравнения итерационным методом секущих и поэтому требует задания перед собой начальных значений. Кроме того, функция **root**, выполняя вычисления методом спуска, находит и выводит только один корень, ближайший к начальному приближению.

Прежде чем решать уравнение, желательно построить график функции $f(x)$ (рис. 2.5). На графике видно, пересекает ли кривая $f(x)$ ось абсцисс, то есть, имеет ли действительные корни. Если точки пересечения кривой с осью есть, нужно выбирать начальное приближение поближе к значению корня. Если корней несколько, для нахождения каждого корня надо задавать свое начальное приближение.

нахождение двух корней уравнения

$x := 1 \quad x0 := \text{root}(F(x), x) \quad x0 = 1.149$

$x := 5 \quad x0 := \text{root}(F(x), x) \quad x0 = 4.351$

Проверка $F(x0) = 0$

Нахождение экстремума

$x := 1$ начальное приближение

$x1 := \text{root}\left(\frac{d}{dx} F(x), x\right) \quad x1 = 2.75$

$F(x1) = -5.125$ экстремум

Самостоятельно решить уравнения
численно, символьно и найти экстремум

$$x^3 - 3 \cdot x = 0 \quad \ln\left(\frac{x}{e^x - 2}\right) - 3 \cdot x = 0$$

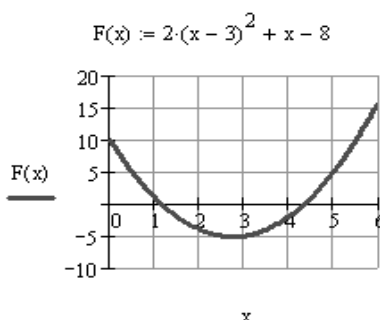


Рис. 2.5. Численное решение уравнения

Если же точек пересечения нет, то корни уравнения могут быть только мнимыми числами. Для их нахождения нужно задавать начальное приближение в комплексной форме. В результате расчета корни уравнения появляются в комплексном виде.

ВНИМАНИЕ

Для ввода мнимой единицы надо на клавиатуре набрать $1i$ или $1j$. При выходе из области мнимого числа единица исчезает, и мы видим комплексное число в обычном виде.

С помощью функции **root** можно найти и экстремум функции, приравнявая

производную к нулю (см. рис. 2.5).

Функции `root` $\left(\frac{df(x)}{dx}, x\right)$ должно предшествовать начальное приближение (по умолчанию $\frac{df(x)}{dx} = 0$).

Для нахождения экстремума функции следует:

- задать начальное приближение поближе к экстремуму;
- записать выражение с функцией `root`, включив в качестве функции, которая должна быть равна нулю, производную по заданной переменной;
- вычислить значение заданной функции от найденного корня уравнения $\frac{df(x)}{dx} = 0$. Экстремум найден (см. рис. 2.5).

Функция `root` в старых версиях (до Mathcad 12) позволяет решить уравнение и в символьном виде. При этом задавать начальное приближение не требуется, нужно лишь ввести выражение, содержащее функцию `root`, и выбрать символьный знак равенства, нажав комбинацию клавиш `Ctrl+.` (точка). Если символьное решение существует, появится ответ, содержащий сразу все корни уравнения, а не один, как при численном решении уравнения (см. рис. 2.4).

2.5. Решение систем уравнений (функция `find`)

В Mathcad системы уравнений решаются с помощью вычислительного блока `given–find`. Так как системы уравнений решаются итерационным методом, перед решением необходимо задать начальные приближения для всех неизвестных.

Чтобы решить систему алгебраических уравнений, нужно:

- задать начальные приближения для всех неизвестных, входящих в систему;
- напечатать ключевое слово **Given** (Дано). Убедитесь, что при печати вы не находитесь в текстовой области. Если нажать клавишу пробела, то математическое выражение становится текстовой областью и слово **Given** перестает восприниматься как ключевое;
- ввести уравнения и неравенства, входящие в систему, правее или ниже ключевого слова **Given**. Между левой и правой частями уравнения должен стоять знак равенства (жирный знак равенства). Это не знак присвоения значения, а знак логического равенства. Для его ввода используйте комбинацию клавиш `Ctrl+=` или выберите его на панели **Boolean** (Панель логики);
- записать `find(x,y)=` — ответ задачи.

При печати слов **Given** и **find** можно использовать любой шрифт, прописные и строчные буквы.

Обращение к функции: `find(x, y, z,...)`,

где x, y, z — неизвестные. Число неизвестных должно быть равно числу уравнений. Возвращает значения неизвестных x, y, z , обращающих уравнения в тождества.

Функция `find` может решать и одно уравнение с одним неизвестным как частный случай системы уравнений. Для системы из нескольких уравнений функция `find` выводит решение в виде вектора.

Пример решения системы уравнений приведен на рис.2.6. Заданная система уравнений состоит из уравнения окружности и уравнения прямой. Если прямая и окружность пересекаются – решение есть (см. рис. 2.8), то для нахождения двух точек пересечения нужно задавать два разных начальных приближения. Если окружность и прямая не пересекаются, действительных корней нет. Для нахождения мнимых корней следует задавать начальное приближение в виде комплексного числа.

$x := 1$ $y := 0$ начальное приближение

Given $x^2 + y^2 = 36$ $x + y = 2$ $\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 5.123 \\ -3.123 \end{pmatrix}$

окружность и прямая пересекаются - действительные решения есть

Для вывода второго корня (второй точки пересечения) надо задаться другим начальным приближением $x = -1$ $y = 0$

Если окружность и прямая не пересекаются - действительных решений нет

$x := 1$ $y := 1$ начальное приближение

Given $x^2 + y^2 = 36$ $x + y = 10$ $F := \text{Find}(x, y)$ $F = \blacksquare$

$x := i$ $y := 0$

начальное приближение комплексное число (введите $x = 1i$)

Given $x^2 + y^2 = 36$ $x + y = 10$ $F := \text{Find}(x, y)$ $F = \begin{pmatrix} 5 - 2.646i \\ 5 + 2.646i \end{pmatrix}$

Рис. 2.6. Решение системы уравнений

Функция **find** позволяет решать системы уравнений и в численном, и в символьном виде (рис. 2.7).

Given - начало ввода системы уравнений

$x^2 + y^2 = aa$ $x + y = bb$

$\text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot bb - \frac{1}{2} \cdot (-bb^2 + 2 \cdot aa)^{\frac{1}{2}} & \frac{1}{2} \cdot bb + \frac{1}{2} \cdot (-bb^2 + 2 \cdot aa)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{2} \cdot bb + \frac{1}{2} \cdot (-bb^2 + 2 \cdot aa)^{\frac{1}{2}} & \frac{1}{2} \cdot bb - \frac{1}{2} \cdot (-bb^2 + 2 \cdot aa)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$

Рис. 2.7. Символьное решение системы уравнений

Если система уравнений не имеет точного решения, для приближенного решения в Mathcad существует функция **minerr**.

2.6. Приближенное решение систем уравнений (функция minerr)

Для приближенного решения систем уравнений используется вычислительный блок Given – minerr. Обращение к нему аналогично обращению к блоку Given – find.

На рис. 2.8 представлена геометрическая интерпретация системы уравнений в виде окружности и прямой линии. Если прямая пересекает окружность, корни системы уравнений действительные, если не пересекает — мнимые.

Если решение системы уравнений существует, $x + y = 2$, функция **minerr** дает тот же ответ, что и функция **find**. Если решение системы уравнений не существует, функция **minerr** возвращает минимум невязки решения. В случае $x + y = 10$ функция **minerr** возвращает значение координаты x , при котором расстояние между кривыми минимально.



Рис. 2.8. Приближенное решение системы уравнений, если прямая не пересекается с окружностью

Функцию `minerr` удобно использовать для поиска экстремума негладких функций с переломами и скачками на графике.

2.7. Исследование функции на экстремум

Отметим четыре пути поиска экстремума:

1. Для непрерывной функции используем равенство нулю производной от заданной функции. В этой процедуре используют функцию `root`.
2. Для функции с переломами используем функцию `minerr`. Для этого по графику выбираем число заведомо большее (или меньшее) экстремального значения функции и записываем его в качестве ограничения в блоке `Given–minerr`. Функция `minerr` возвращает значение аргумента, при котором расхождение между заданным числом и значением функции минимально. Возвращаемый результат зависит от выбора начального приближения.
3. Для непрерывных гладких функций удобно использовать функции `maximize` и `minimize` (они вводятся аналогично функции `find`). Ключевое слово `given` обычно можно опускать — оно необходимо лишь при наличии ограничений.
4. Для ступенчатых функций целесообразно использовать поиск экстремума с помощью преобразования функции в массив. Этот способ описан в электронной книге в разделе Поиск экстремума функции.

СОВЕТ

При анализе конкретного уравнения рекомендуется изучить график функции, на котором хорошо видны области нахождения экстремумов.

Все четыре способа определения экстремумов функции имеют свои плюсы и минусы. Творческий подход к их выбору почти всегда позволяет правильно найти экстремумы функции.

На рис. 2.9 в качестве функции рассмотрена кубическая парабола и показан ее график с двумя экстремумами (максимумом и минимумом). На рис. 2.10–2.12 показано определение этих экстремумов разными способами. Результаты расчета, естественно, совпадают.

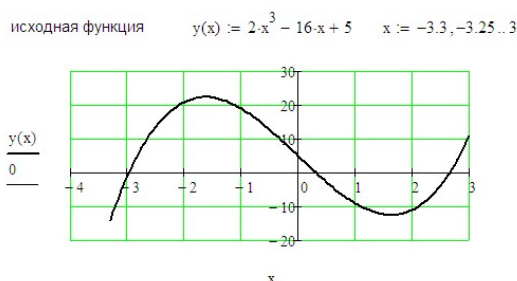


Рис. 2.9. Заданная функция и ее график

$$\begin{aligned}
 x &:= -3 && \text{начальное значение} && x_{\max} &:= \text{root}\left(\frac{d}{dx}y(x), x\right) \\
 x_{\max} &= -1.633 && y(x_{\max}) &= 22.419 && \text{максимум} \\
 x &:= 3 && \text{другое начальное приближение} && x_{\min} &:= \text{root}\left(\frac{d}{dx}y(x), x\right) \\
 x_{\min} &= 1.633 && y(x_{\min}) &= -12.419 && \text{минимум}
 \end{aligned}$$

Рис. 2.10. Нахождение экстремума функции путем приравнивания к нулю ее первой производной

$$\begin{aligned}
 x &:= -3 && \text{начальное приближение} \\
 \text{Given } y(x) &= 30 && x_{\max} &:= \text{Minerr}(x) \\
 x_{\max} &= -1.633 && y(x_{\max}) &= 22.419 && \text{максимум} \\
 x &:= 3 && \text{начальное приближение} \\
 \text{Given } y(x) &= -20 && x_{\min} &:= \text{Minerr}(x) \\
 x_{\min} &= 1.633 && y(x_{\min}) &= -12.419 && \text{минимум}
 \end{aligned}$$

Рис. 2.11. Нахождение экстремума функции с использованием функции `minerr`

ключевое слово `given` необходимо
только в случае наличия ограничений

$$x := -3 \quad \text{начальное значение} \quad x_{\max} := \text{Maximize}(y, x)$$

$$x_{\max} = -1.633 \quad y(x_{\max}) = 22.419 \quad \text{максимум}$$

$$x := 3 \quad \text{Given } x > 0 \quad x_{\min} := \text{Minimize}(y, x)$$

$$x_{\min} = 1.633 \quad y(x_{\min}) = -12.419 \quad \text{минимум}$$

Рис. 2.12. Нахождение экстремума функции с помощью функций `minimize` и `maximize`

2.8. Работа с матрицами

Преимущества Mathcad особенно явно видны при работе с матрицами. Операции с матрицами трудоемки и, как правило, требуют компьютерного программирования. В системе Mathcad мы видим традиционную запись матричных выражений, как на листе бумаги, но уже с готовым численным или символьным ответом.

2.8.1. Создание матриц

Чтобы определить вектор или матрицу, следует:

- ❑ записать имя матрицы, ввести оператор присваивания (`:=`);
- ❑ в математическом меню выбрать кнопку с изображением матрицы. Откроется панель **Matrix** (Матрица), на которой нужно вновь выбрать кнопку с изображением матрицы. На этот раз откроется диалоговое окно, в котором надо ввести число строк и число столбцов матрицы и нажать на кнопку ОК. На экране появится шаблон матрицы. То же действие вызывает нажатие комбинации клавиш `Ctrl+m`;
- ❑ каждое место ввода в шаблоне заполнить числами или функциями. Матрица готова.

С помощью шаблона можно ввести матрицу, содержащую не более 600 элементов. Как ввести матрицы больших размеров, рассказано в электронной книге раздел **Операции с матрицами**.

Вектор — это матрица, состоящая из одного столбца.

Доступ к любому элементу матрицы можно получить, задав имя матрицы с двумя индексами. Первый индекс обозначает номер строки, второй — номер столбца. Произвольный элемент вектора задается одним индексом.

Для набора нижнего индекса можно открыть панель **Vector and Matrix Toolbar** (Матрицы) нажатием соответствующей кнопки на математической панели, после чего щелкнуть на кнопке X_n (Subscript), но лучше использовать клавишу `[` (открывающая квадратная скобка), так как при работе с матрицами ставить нижний индекс приходится очень часто.

Нумерация элементов массива

Нумерация элементов массива (вектора или матрицы) может начинаться с 0, 1 или с любого другого числа (положительного или отрицательного). Порядком нумерации элементов массива управляет встроенная переменная `ORIGIN`. По умолчанию `ORIGIN = 0`. Это означает, что первый элемент массива имеет номер 0.

Чтобы нумерация членов векторов и матриц начиналась, как обычно принимается в математике, с 1, нужно перед вводом матрицы, а лучше в начале документа, напечатать `ORIGIN:=1` (все буквы прописные).

На рис. 2.13, *вверху* показано создание элементов матрицы D по формуле с использованием нижних индексов. По умолчанию `ORIGIN = 0`, поэтому $D_{0,0} = 10$. После ввода `ORIGIN:=1` элемент $D_{0,0}$ не имеет смысла, а $D_{1,1} = 10$.

2.8.2. Основные действия с матрицами

Mathcad позволяет выполнять с матрицами основные арифметические действия: сложение, вычитание, умножение, — а также операции транспонирования, обращения, вычисления определителя матрицы, нахождения собственных чисел и собственных векторов и т. д. Примеры численного и символьного выполнения этих операций приведены на рис. 2.13–2.15.

Во время работы с матрицами внимательно следите за размерами матриц. При появлении сообщения о несоответствии размеров матриц (рис. 2.13) напишите в сторонке имя матрицы и нажмите клавишу $=$. Если размер матрицы отличается от того, что вы вводили, обнулите матрицу перед очередным оператором присваивания, написав, например, $A:=0$.

$ORIGIN := 0 \quad D_{0,0} = 10$
 $ORIGIN := 1 \quad D_{0,0} = \blacksquare \quad D_{1,1} = 10$

Этот индекс массива недопустим для этого массива.

$$B := \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B + D = \begin{pmatrix} 13 & 13 & 13 \\ 13 & 13 & 8 \\ 13 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 \end{pmatrix} \quad B - D = \begin{pmatrix} -7 & -5 & -3 \\ -5 & -3 & -6 \\ -3 & -6 & -4 \\ -6 & -4 & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

умножение матриц

$$B \cdot D^T = \begin{pmatrix} 106 & 94 & 82 & 70 & 58 \\ 93 & 83 & 73 & 63 & 53 \\ 75 & 67 & 59 & 51 & 43 \\ 52 & 46 & 40 & 34 & 28 \\ 79 & 70 & 61 & 52 & 43 \end{pmatrix} \quad B^T \cdot D = \begin{pmatrix} 125 & 110 & 95 \\ 125 & 110 & 95 \\ 120 & 105 & 90 \end{pmatrix}$$

$B \cdot D = \blacksquare$

неверные размеры матриц

Рис. 2.13. Арифметические действия с матрицами

$$v := \begin{pmatrix} 12 \\ 11 \\ 10 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} \quad v \cdot v^T = \begin{pmatrix} 144 & 132 & 120 & 108 & 96 \\ 132 & 121 & 110 & 99 & 88 \\ 120 & 110 & 100 & 90 & 80 \\ 108 & 99 & 90 & 81 & 72 \\ 96 & 88 & 80 & 72 & 64 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 2 \ 3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

столбец \times строку = матрица

$$v^T \cdot v = (510) \quad (1 \ 2 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = (14)$$

строка \times столбец = число

Рис. 2.14. Произведение векторов

Транспонирование матрицы

$$D := \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 6 & 8 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad D^T = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C^T = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 8 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Определитель квадратной матрицы $|C| = 38$

$|D| = \blacksquare$

D - неквадратная матрица

Обращение матрицы

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 0.842 & -1.316 & -0.053 \\ -0.5 & 1 & 0 \\ -0.026 & -0.053 & 0.158 \end{pmatrix} \quad \text{Проверка} \quad C \cdot C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1.166 \times 10^{-15} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Единичная матрица $E := \text{identity}(5)$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.15. Операции с матрицами

2.8.3. Решение матричных уравнений

Матричные уравнения представляют собой, как правило, систему линейных алгебраических уравнений $A \cdot X = B$ и решаются путем обращения матрицы коэффициентов $X = A^{-1} \cdot B$ (рис. 2.16).

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 50 \end{pmatrix} \quad X := A^{-1} \cdot B \quad X = \begin{pmatrix} 17.5 \\ -22.5 \\ 12.5 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.16. Решение системы алгебраических линейных уравнений путем обращения матрицы коэффициентов

Символьные операции с матрицами можно выполнять с помощью меню **Symbolics** (Символьные операции), а также символьного знака равенства. В примерах, приведенных на рис. 2.17, используется только символьный знак равенства \rightarrow .

$$A := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} ee \\ ff \end{pmatrix} \quad X := \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \quad B \cdot X^T \rightarrow \begin{pmatrix} ee \cdot s & ee \cdot t \\ ff \cdot s & ff \cdot t \end{pmatrix}$$

транспонирование произведение векторов и матриц

$$A^T \rightarrow \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \quad A \cdot X \rightarrow \begin{pmatrix} a \cdot s + b \cdot t \\ c \cdot s + d \cdot t \end{pmatrix} \quad B^T \cdot X \rightarrow ee \cdot s + ff \cdot t$$

обратная матрица

$$A^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{d}{(a \cdot d - b \cdot c)} & \frac{-b}{(a \cdot d - b \cdot c)} \\ \frac{-c}{(a \cdot d - b \cdot c)} & \frac{a}{(a \cdot d - b \cdot c)} \end{bmatrix} \quad \text{определитель} \quad |A| \rightarrow a \cdot d - b \cdot c$$

собственные числа

$$\text{eigenvals}(A) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot d + \frac{1}{2} \cdot \left(a^2 - 2 \cdot a \cdot d + d^2 + 4 \cdot b \cdot c \right)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{2} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot d - \frac{1}{2} \cdot \left(a^2 - 2 \cdot a \cdot d + d^2 + 4 \cdot b \cdot c \right)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

Рис. 2.17. Символьные операции с матрицами

При выполнении символьных операций с матрицами необходимо помнить, что если какому-либо символу ранее присвоено численное значение, то при использовании символьного знака равенства этот символ участвует в символьных расчетах как число. Если символу ранее присвоено значение вектора или матрицы, то символьные вычисления с его участием становятся невозможными. В этом случае нужно использовать для символьных вычислений меню **Symbolics**.

2.9. Оператор векторизации

Mathcad допускает вводить в качестве аргумента функции не только числа, но и векторы. При этом вычисляется значение функции для всех элементов вектора. Если аргумент функции — матрица, то, чтобы вычислить значения функции для всех элементов матрицы, надо использовать оператор векторизации (рис. 2.18).

Для использования оператора векторизации нужно:

- ввести выражение или функцию;
- выделить синим уголком необходимую часть выражения (чаще всего выражение целиком);
- на математической панели щелкнуть на кнопке **Vector and Matrix Toolbar** (Матрицы), а в открывшейся панели — на кнопке **Vectorize** ($\vec{f}(M)$) (Векторизация). Над выделенной частью выражения появится стрелка — символ операции векторизации;
- нажать клавишу $=$.

Оператор векторизации изменяет смысл векторной или матричной операции. Векторизация означает выполнение односторонней операции, предписанной выражением, со всеми элементами массива. Например, \sqrt{A} — операция невозможная, если A — вектор или матрица. Как уже сказано, аргумент функции может быть вектором, и функция, как и в случае использования дискретной переменной, вычисляется для всех элементов вектора. Если аргумент функции — матрица, необходимо применение оператора векторизации, чтобы выполнить то же самое действие, то есть вычислить функцию для всех элементов матрицы. В нашем

случае это нахождение корня квадратного из каждого элемента матрицы A . В случае перемножения матриц $A \cdot B$ это матричное произведение, а $\overline{A \cdot B}$ — это попарное произведение элементов матриц A и B с одинаковыми индексами. Все массивы под знаком векторизации должны быть одного размера, так как операция над всеми массивами производится поэлементно. Примеры использования векторов или матриц в качестве аргументов функции приведены на рис. 2.18.

$$\begin{aligned}
 B &:= \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.3 \\ 0.8 \end{pmatrix} & BB &:= \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} & \sin(B) &= \begin{pmatrix} 0.479 \\ 0.296 \\ 0.717 \end{pmatrix} & \text{нужна векторизация} \\
 \sqrt{B} &= \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0.548 \\ 0.894 \end{pmatrix} & \sqrt{BB} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1.414 & 2.236 \\ 1.732 & 2.449 \end{pmatrix} & \sin(BB) &= \begin{pmatrix} 0.841 & -0.757 \\ 0.909 & -0.959 \\ 0.141 & -0.279 \end{pmatrix} \\
 A &:= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & B &:= \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} & A \cdot B &= \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix} & \overrightarrow{(A \cdot B)} &= \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 32 \end{pmatrix} \\
 \exp(A+B) &= \begin{pmatrix} 403.429 & 2.981 \times 10^3 \\ 2.203 \times 10^4 & 1.628 \times 10^5 \end{pmatrix} & \frac{A}{B} &= \begin{pmatrix} 0.2 & 0.333 \\ 0.429 & 0.5 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Если аргумент число или вектор - векторизация не нужна

Если аргумент матрица - векторизация нужна

Рис. 2.18. Операция векторизации

2.10. Решение дифференциальных уравнений

Математически решение дифференциальных уравнений — очень сложная проблема. Mathcad не в состоянии решить без дополнительных упрощений многие дифференциальные уравнения и их системы. Все, что Mathcad может сделать с ними, подробно описано в электронной книге. Здесь же рассмотрим использование лишь функции **Odesolve**.

Имя функции **Odesolve** можно писать и с прописной, и со строчной буквы. Алгоритм функции **Odesolve** использует большинство имеющихся в Mathcad функций решения дифференциальных уравнений, фактически, заменяя их. **Odesolve** может решать и системы дифференциальных уравнений. В контекстном меню есть возможность выбора метода решения дифференциальных уравнений.

Функция **Odesolve** позволяет записывать уравнение в блоке решения в привычном виде, как обычно записывают уравнение на листе бумаги и с дифференциалами и со штрихом.

(исходное уравнение)

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x) + x^2 \cdot \frac{d}{dx} y(x) + x y(x) = e^x \cdot \cos(x)$$

Дифференциальное уравнение с начальными условиями

$$\begin{aligned}
 \text{Given} \quad & y'''(x) + x^2 \cdot y'(x) + x y(x) = e^x \cdot \cos(x) \\
 & y(0) = -8 \quad y'(0) = 3 \quad y''(0) = 3 \\
 & y := \text{Odesolve}(x, 5) \quad x := 0, 0.1 \dots 5
 \end{aligned}$$

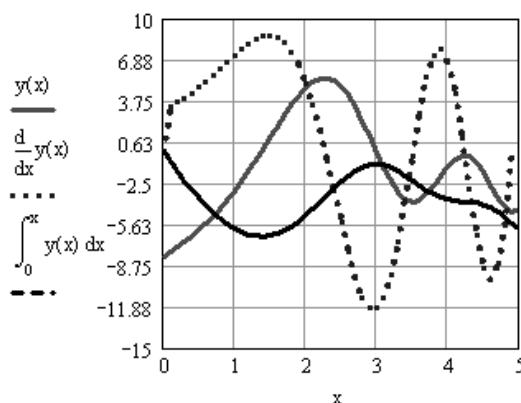


Рис. 2.19. Решение дифференциального уравнения с начальными условиями

Обращение к функции Odesolve требует записи вычислительного блока, который содержит три части:

1. Ключевое слово **Given**.
2. Дифференциальное уравнение и начальные или граничные условия для него или система дифференциальных уравнений и ее условия.
3. Функция **Odesolve(x, xk, n)**, где x — имя переменной, относительно которой решается уравнение; xk — конец интервала интегрирования. Начало интервала интегрирования указано в начальных условиях; n — необязательный внутренний параметр, определяющий число шагов, используемых при интерполяции решения, то есть при переходе от матрицы численных значений к функции. Параметр n не является обязательным. Его можно удалить, предоставив Mathcad возможность самому выбирать число шагов интегрирования. По умолчанию Mathcad использует $n = 1000$.

ВНИМАНИЕ

Появление других математических выражений в вычислительном блоке между словами **Given** и **Odesolve** недопустимо. Текстовую область внутри вычислительного блока размещать можно. Граничные условия можно задавать лишь в двух точках, одна из которых — начало интервала интегрирования.

Примеры использования функции **Odesolve** приведены на рис. 2.19–2.22.



Рис. 2.20. Решение дифференциального уравнения с граничными условиями

ПРИМЕЧАНИЕ

Исходное уравнение можно записывать как с использованием оператора дифференцирования, так и со штрихом (рис. 2.21). Граничные условия следует записывать только со штрихом. Для набора штриха используйте комбинацию клавиш **Ctrl+F7**.

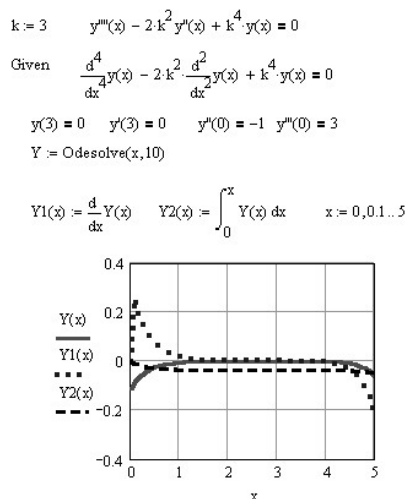


Рис. 2.21. Решение дифференциального уравнения 4-го порядка

Функция **Odesolve** возвращает решение дифференциального уравнения в виде функции, а не в виде массива, как все остальные функции, описанные в электронной книге, поэтому найденное решение можно интегрировать и дифференцировать (см. рис. 2.19–2.21), а также использовать в последующих расчетах как функцию пользователя.

Функция **Odesolve** решает дифференциальные уравнения как с начальными условиями, когда все условия заданы в начале интервала интегрирования, так и с граничными условиями, заданными в двух точках. Из этих двух точек одна обязательно является началом интервала интегрирования, другая произвольная, но ее аргумент больше, чем в начальной точке. Решение уравнения с начальными условиями показано на рис. 2.19, уравнения с граничными условиями — на рис. 2.20. Решение дифференциального уравнения высокого порядка (4-го) продемонстрировано на рис. 2.21.

Решение системы дифференциальных уравнений приведено на рис. 2.22. При этом обращение к функции **Odesolve** изменилось. Для решения одного уравнения **odesolve(x, xk, n)**, для решения системы дифференциальных уравнений **odesolve((вектор имен неизвестных), x, xk, n)**.

В примере, приведенном на рис. 2.22, при решении системы трех уравнений вектор имен неизвестных содержит три имени.

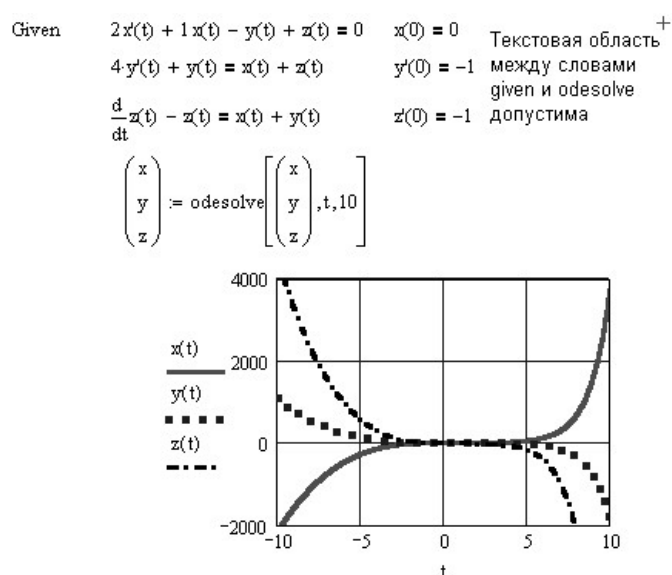


Рис. 2.22. Решение системы дифференциальных уравнений с начальными условиями

Потренируйтесь в использовании функции **Odesolve** (рис. 2.23).

Решить самостоятельно

$$100 \cdot \frac{d^2}{dt^2} x(t) + 10 \cdot \frac{d}{dt} x(t) + 101 \cdot x(t) = 50 \cdot \cos\left(\frac{1}{4} \cdot t\right)$$

$$x(0) = 0 \quad x'(0) = 1$$

$$y' = \frac{y}{\ln(y) \cdot \cos(x)} \quad y(0) = 0$$

$$y''' \cdot (x - 1) - y'' = 0 \quad y(2) = 2 \quad y'(2) = 1 \quad y''(2) = 1$$

$$y''' - 2 \cdot y'' + y' = 0 \quad \text{поменяйте граничные условия}$$

Решить систему ОДУ

$$u'(t) - 1 \cdot u(t) + 5 \cdot v(t) = 0$$

$$v'(t) - 5 \cdot u(t) = 1 \cdot v(t)$$

при $u(0) = -1 \quad v(0) = 1$

Рис. 2.23. Примеры для самостоятельной работы

2.11. Анализ экспериментальных данных

При проведении различных экспериментов обычно требуется массив экспериментальных данных представить в виде функции, которую можно использовать в дальнейших расчетах. Если кривая, описываемая этой функцией, должна проходить через все экспериментальные точки, операция получения промежуточных точек и расчетной функции называется **интерполяцией**.

Если кривая, описываемая этой функцией, не должна проходить через все экспериментальные точки и является аппроксимацией (усреднением) исходных данных, операция получения промежуточных точек и расчетной функции называется **регрессией**.

Если необходимо уменьшить разброс данных или исключить некоторую систематическую погрешность, например, в виде наложенных колебаний, используют **сглаживание** данных или фильтрацию спектра колебаний данных.

Подробно о работе с массивами опытных данных рассказано в электронной книге. Здесь же поговорим только о наиболее удобных способах интерполяции и регрессии.

2.11.1. Интерполяция

В Mathcad имеется несколько функций интерполяции, различающихся способом «соединения» точек данных (прямой линией или различными кривыми). В этой главе поговорим только о кубической сплайн-интерполяции, при которой экспериментальные точки соединяются отрезками кубических полиномов. В процессе интерполяции одновременно используются две функции, **interp** и **cspline**.

Обращение к функциям: $\text{interp}(s, x, y, t)$; $\text{cspline}(x, y)$,

где x — вектор значений аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания; y — вектор значений функции того же размера; s — вектор вторых производных, создаваемый функцией **cspline**, которая обеспечивает равенство вторых производных на границах стыковки полиномов, то есть в экспериментальных точках; t — значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

Координаты экспериментальных точек не могут быть комплексными числами.

Примеры интерполяции приведены на рис. 2.24.

Кинематический анализ кривошипно-кулисного механизма

$Y := (38 \ 15 \ 5.5 \ 23 \ 51 \ 79 \ 105 \ 126 \ 144 \ 156 \ 164 \ 166 \ 162 \ 152 \ 137 \ 117 \ 93 \ 66)$

$Y := Y^T \quad n := 17 \quad i := 0..n \quad \phi_i := i \cdot \frac{\pi}{9} \text{ число замеров} \quad n + 1 = 18$

$YY(x) := \text{interp}(\text{cspline}(\phi, Y), \phi, Y, x) \quad YY(x) - \text{функция, ее можно интегрировать}$

$j := 0..nn \quad \phi_{1j} := \frac{2 \cdot \pi}{nn} \cdot j \quad nn - \text{новое число точек, задано глобально}$
около графиков. Поменяйте его

$Y1 := \text{interp}(\text{cspline}(\phi, Y), \phi, Y, \phi_{1j}) \quad Y1 - \text{массив -интегрировать нельзя}$

интеграл и производная от интерполированного выражения

$k(x) := \frac{d}{dx} YY(x) \quad kk(x) := \int_0^x \sqrt{YY(x)} dx \quad x := 0, 0.1..2 \cdot \pi$

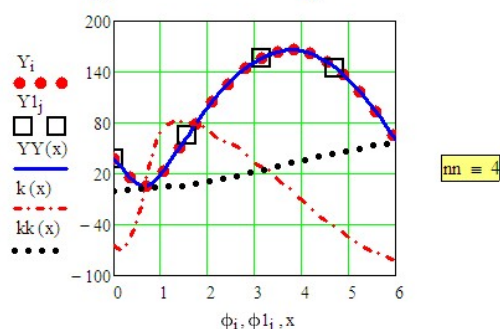


Рис. 2.24. Интерполяция исходных данных

При записи функции интерполяции удобно две функции объединять в одну запись: $YY(t) := \text{interp}(\text{cspline}(X, Y), X, Y, t)$.

В результате интерполяции можно получить функцию или массив данных с любым количеством точек интерполяции (рис. 2.24). Если результатом является функция, ее можно интегрировать, дифференцировать, использовать в функциях пользователя.

Число точек nn массива после интерполяции задано глобально. Для удобства наблюдения за изменением результатов расчета $nn \equiv 4$ помещено около графика. Поменяйте nn .

2.11.2. Регрессия

Смысл регрессии состоит в подборе функции, аппроксимирующей экспериментальные данные. Регрессия сводится к подбору коэффициентов в той или иной аналитической зависимости.

В Mathcad имеется несколько встроенных функций регрессии двух типов:

- позволяющих увидеть аналитическую зависимость, то есть возвращающих набор аппроксимирующих коэффициентов;
- не позволяющих увидеть аналитическую зависимость.

Рассмотрим две функции, которые не выводят коэффициентов и аппроксимируют массив данных одним степенным полиномом или отрезками нескольких полиномов.

В Mathcad регрессия с использованием одного полинома реализуется комбинацией встроенных функций регрессии и интерполяции $\text{interp}(s, x, y, t)$; $\text{regress}(x, y, n)$,

где x — вектор значений аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания; y — вектор значений функции того же размера; s — вектор коэффициентов для построения аппроксимирующего полинома, создаваемый функцией regress ; t — значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция; n — степень аппроксимирующего полинома.

Степень аппроксимирующего полинома может быть любой. Практика показывает, что полинома 5-й степени достаточно для аппроксимации почти любой кривой.

Обращение к указанным функциям: $s := \text{regress}(X, Y, n)$ и $YY(t) := \text{interp}(s, X, Y, t)$,

или $YY(t) := \text{interp}(\text{regress}(X, Y, n), X, Y, t)$.

Регрессия с использованием нескольких отрезков полинома реализуется комбинацией встроенных функций регрессии и интерполяции $\text{interp}(s, x, y, t)$ и $s = \text{loess}(x, y, \text{span})$ где s — вектор коэффициентов для построения аппроксимирующего полинома 2-й степени, требуемый функцией interp ; $\text{span} > 0$ — параметр, определяющий размер отрезков полиномов.

Параметр span задает степень сглаженности данных. На практике $0,2 < \text{span} < 2$. При $\text{span} = 2$ результат аппроксимации тот же, что и при аппроксимации одной параболой. При $\text{span} = 0,2$ аппроксимирующая кривая почти точно описывает любой набор данных.

Примеры использования полиномиальной регрессии приведены на рис. 2.25.

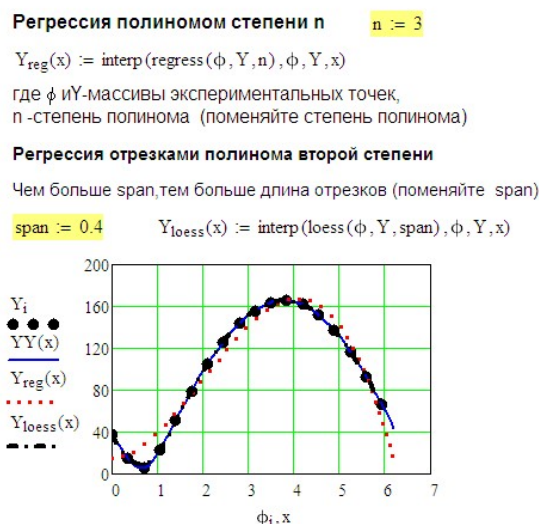


Рис. 2.25. Регрессия исходных данных (рис. 2.24) без получения аналитической зависимости

В Mathcad имеется восемь встроенных функций для получения аналитического выражения аппроксимирующей функции. Однако при их использовании необходимо знать вид аналитического выражения. Функции, использующие любой произвольный вид аппроксимирующей функции, рассмотрены в электронной книге. Здесь же рассмотрим только наиболее простые в применении функции, каждая из которых строит аппроксимирующую функцию лишь определенного вида.

Используйте соответствующий вид регрессии, если примерно представляете себе, какой зависимостью описывается ваш массив данных. Когда вид регрессии плохо соответствует набору данных, ее результат часто оказывается неудовлетворительным и зависит от выбора начальных приближений.

Из восьми встроенных функций пять требуют предварительного задания вектора начальных приближений:

- `expfit(X, Y, g)` — регрессия экспонентой $f(t) = a \cdot e^{b \cdot t} + c$;
- `sinfit(X, Y, g)` — регрессия синусоидой $f(t) = a \cdot \sin(t + b) + c$;
- `pwrfit(X, Y, g)` — регрессия степенной зависимостью $f(t) = a \cdot t^b + c$;
- `lgsfit(X, Y, g)` — регрессия логистической функцией $a(e) = a / (1 + b \cdot e^{-c \cdot t})$;
- `logfit(X, Y, g)` — регрессия логарифмической функцией $f(t) = a \cdot \ln(t + b) + c$.

В этих функциях x — вектор значений аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания; y — вектор значений функции того же размера; g — вектор начальных приближений коэффициентов a , b и c ; t — значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.

Примеры использования этих функций приведены на рис. 2.26 и 2.27.

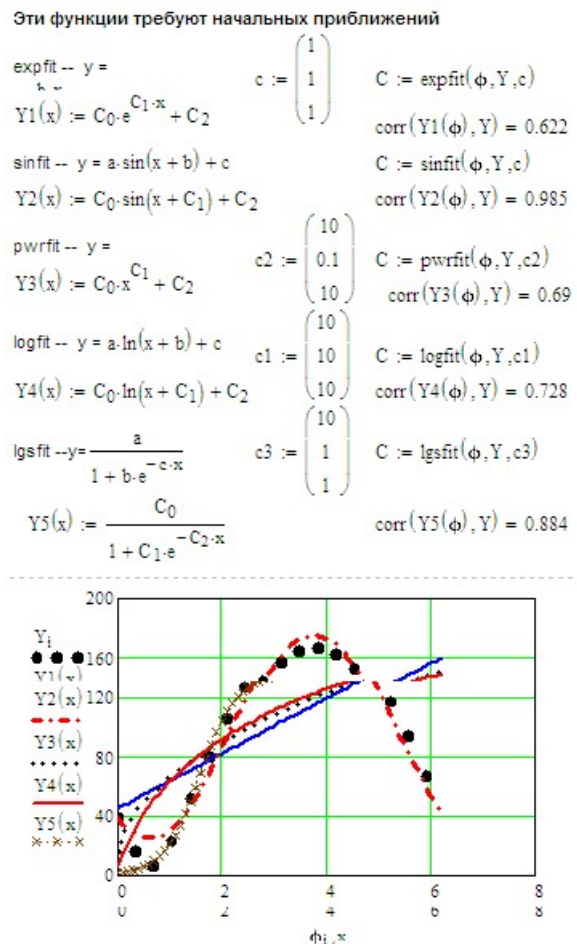


Рис. 2.26. Регрессия исходных данных (см. рис. 2.24) с выводом аналитической зависимости

Функции, не требующие начальных приближений:

- `line(X, Y)` — регрессия прямой линией, использующая минимизацию суммы квадратов ошибок $f(t) = a + b \cdot t$;
- `medfit(X, Y)` — регрессия прямой линией, использующая медиан-медианную линейную регрессию $f(t) = a + b \cdot t$. Функции `line` и `medfit` дают близкие результаты, слегка различающиеся наклоном прямых линий;
- `lnfit(X, Y)` — регрессия логарифмической функцией $f(t) = a \cdot \ln(t) + b$.

Эти функции не требуют начальных приближений

$$\begin{aligned} \text{medfit } a+b*x \quad C &:= \text{medfit}(\phi, Y) \quad C = \begin{pmatrix} 34.146 \\ 23.038 \end{pmatrix} \quad Y5(x) := C_0 + C_1 \cdot x \\ &\text{corr}(Y5(\phi), Y) = 0.622 \\ \text{line } a+b*x \quad C &:= \text{line}(\phi, Y) \quad C = \begin{pmatrix} 44.968 \\ 18.538 \end{pmatrix} \quad Y6(x) := C_0 + C_1 \cdot x \\ &\text{corr}(Y6(\phi), Y) = 0.622 \\ \phi_0 &:= 0.01 \\ \text{lnfit } a*\ln(x)+b \quad C &:= \text{lnfit}(\phi, Y) \quad C = \begin{pmatrix} 22.194 \\ 86.4 \end{pmatrix} \quad Y7(x) := C_0 \cdot \ln(x) + C_1 \\ &\text{corr}(Y7(\phi), Y) = 0.605 \end{aligned}$$

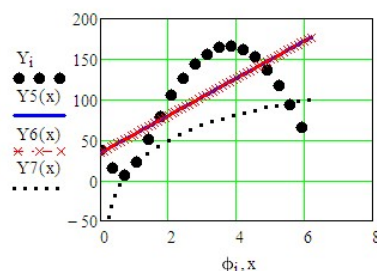


Рис. 2.27. Регрессия исходных данных (см. рис. 2.24) с выводом аналитической зависимости

Во всех примерах, приведенных на рис. 2.24–2.27, использованы одни и те же массивы данных, характер распределения которых, естественно, не соответствует использованному виду регрессии. Для оценки связи между массивом данных и значениями аппроксимирующей функции подсчитан коэффициент корреляции corr . Опытные данные неплохо аппроксимируются синусоидой (коэффициент корреляции 0,98). В остальных случаях связь между величинами плохая (коэффициент корреляции примерно 0,6).

2.12. Элементы математической статистики

В Mathcad встроено много функций для решения задач математической статистики. Подробно они рассматриваются в электронной книге. Здесь же остановимся лишь на функциях оценки параметров выборки данных. Все перечисленные далее функции можно применять и для векторов, и для прямоугольных матриц. Примеры вычисления средних арифметических и средних геометрических значений, медианы, средних квадратических отклонений и дисперсий показаны на рис. 2.28.

```
AY := (38 15 5.5 23 51 79 105 126 144 156 164 166 162 66)
mean(AY) = 92.893    Среднее арифметическое
gmean(AY) = 65.208   Среднее геометрическое
median(AY) = 92      Медиана
var(AY) = 3378        Несмещенная оценка среднеквадратического отклонения
Var(AY) = 3638        Смещенная оценка среднеквадратического отклонения
stdev(AY) = 58.118    Несмещенная оценка дисперсии
Stdev(AY) = 60.312    Смещенная оценка дисперсии
```

Рис. 2.28. Оценка параметров выборки данных AY

ВНИМАНИЕ

Функции, начинающиеся с прописной и со строчной буквы, — это разные функции.

2.13. Обмен данными с другими программами

Рассмотрим очень важную возможность Mathcad — запись числовых данных в файл и считывание их из файла. Появляется возможность передачи данных из одной программы в другую и создания вычислительных комплексов из нескольких программ, исполняемых в различных компьютерных модулях. Например, данные из Excel передаются в Fortran, из Fortran в Mathcad и, если нужно, обратно в Fortran.

В Mathcad существует три функции, позволяющих считать числовые данные из других файлов или записать числовые данные в другой файл:

□ APPENDPRN("file") — добавляет числовые данные в существующий файл.

Здесь `file` — имя файла или путь к файлу, если он находится в другом каталоге;

- `READPRN("file")` — считывает числовые данные из файла;
- `WRITEPRN("file")` — записывает числовые данные в файл.

Все три функции работают только с файлами, в которых числа образуют прямоугольную матрицу (вектор чисел — частный случай прямоугольной матрицы). Пример обмена данными показан на рис. 2.29. Функция `WRITEPRN` записывает массив A в файл `primer`, который сама же и создает с расширением `.prn`. Функция `APPENDPRN` добавляет в этот же файл массив B . Функция `READPRN` считывает данные из файла `primer`.

$$\begin{array}{l}
 A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{WRITEPRN("primer")} := A^T \\ \text{APPENDPRN("primer.prn")} := B^T \end{array} \\
 K := \text{READPRN("primer.prn")} \quad K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Рис. 2.29. Обмен данными с другими файлами

Для записи прямоугольной матрицы или вектора в отдельный файл необходимо выполнить следующие действия:

- В стандартном меню выбрать кнопку `f(x)`. Появится окно `Insert function` (Вставить функцию).
- Выбрать группу функций `File Access` (Доступ к файлам).
- Выбрать имя функции `WRITEPRN`.
- В появившийся шаблон вписать имя файла, затем оператор присваивания `:=` и имя числового массива. Массив будет записан в файл с указанным вами именем и расширением `.prn` и помещен в тот же каталог, где находится и рабочий файл.

ВНИМАНИЕ

Перед тем как вписать имя файла, не забудьте ввести символ `()` (кавычки).

Для передачи в Mathcad данных из какого-либо файла, содержащего прямоугольную матрицу числовых данных, выполните следующие действия:

- Наберите имя, которое присваиваете массиву, считываемому из файла, и знак присвоения значения `:=`.
- В стандартном меню выберите кнопку `f(x)`. Появится окно `Insert function`.
- Выберите группу функций `File Access`.
- Выберите имя функции `READPRN`.
- В появившийся шаблон впишите имя файла с расширением, если оно есть, не забывая перед этим ввести символ `"`.

ПРИМЕЧАНИЕ

В Mathcad 13 появилась функция `Readfile`, позволяющая считывать данные из любых файлов. Подробно о ней написано в электронной книге.

2.14. Учет размерностей в Mathcad

Mathcad позволяет вести расчеты с учетом размерностей. Для этого при вводе исходных данных достаточно умножить число на стандартную размерность. Теперь любые действия с введенными таким образом величинами выполняются с учетом размерностей.

Перед началом работы с размерными величинами надо установить систему единиц, в которой вы будете работать:

- В главном меню Mathcad выберите `Tools ► Worksheet Options ► Unit System`, (Инструменты ► Параметры документа ► Система единиц измерения) как показано на рис. 2.30.

- В открывшемся диалоговом окне выберите при помощи переключателя систему единиц, например SI (International). Щелкните на кнопке ОК. Если в диалоговом окне выбрать None (Нет), то никакие размерности в расчете не учитываются.

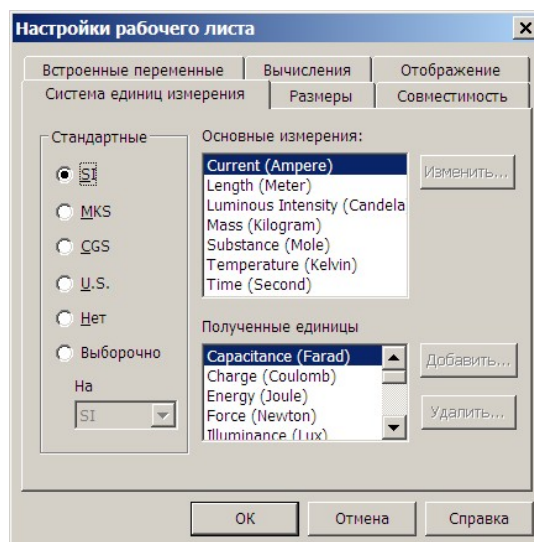


Рис. 2.30. Установка системы единиц

В дальнейшем в начале документа при вводе исходных данных для расчета их надо записывать, умножая число на стандартное обозначение размерности, которое можно ввести с клавиатуры.

ВНИМАНИЕ

СТОП! Использовать размерности так, как рекомендует Mathcad очень неудобно. Во многих случаях использование стандартных размерностей просто невозможно. Почитайте об этом в электронной книге. Рекомендую вместо стандартных размерностей использовать КВАЗИРАЗМЕРНОСТИ.

Квазиразмерности

По сути дела процесс присвоения числу размерности состоит в умножении числа на некоторый числовой коэффициент. Буквенному обозначению размерности достаточно присвоить численное значение, не умножая его на стандартную размерность.

ПРИМЕЧАНИЕ

Стандартный ввод размерности — производной размерности присваивается число, умноженное на стандартную размерность (на английском языке).

Ввод квазиразмерности — производной размерности присваивается число.

Использование квазиразмерностей позволяет избежать всех ограничений,. А также использовать размерности в программах, в матричных расчетах. Пример использования квазиразмерностей показан на рис. 2.31.

При использовании квазиразмерностей Mathcad уже не следит за правильностью использования размерностей и вся ответственность за результаты расчета ложится на расчетчика, который сам должен следить за логикой расчета и вписывать в поле ввода ответа правильную размерность.

В принципе, можно придумать и использовать свои, абсолютно любые размерности. Тогда в начале Mathcad-документа надо ввести свои производные размерности, например, размерности на русском языке, присвоив им любые значения, например мешок, дом, человек.

Если вы выбрали для расчётов систему СИ, то автоматически все расчёты в Mathcad ведутся в системе СИ. Результат расчёта выводится в системе СИ.

При выводе результатов расчета после нажатия клавиши = появляется число, в системе СИ и рядом с ним место ввода единицы размерности. Введите в это место записанную в начале программы квазиразмерность. Результат изменится. Он будет равен произведению результата расчёта в системе СИ на вписанную вами квазиразмерность. Можно использовать место ввода, чтобы, например, выразить,

значение угла в долях числа π или вывести числовой коэффициент при каком-то буквенном выражении.

ВНИМАНИЕ

Всякий раз, когда что-нибудь находится в месте ввода единицы измерения, Mathcad изменит полученный результат так, чтобы произведение числа и выражения, стоящего на месте размерности, давало правильное значение.

Квазиразмерность -- это просто числовой коэффициент при стандартной размерности в системе СИ

$$m := 1 \text{ см} = 0.01 \text{ м} \quad mm := 0.001 \text{ м} \quad kH = 1000 \text{ Н} \quad kNm = 1000 \text{ Нм} \quad MPa = 10^6 \text{ Па}$$

Исходные данные, умноженные на квазиразмерности

$$F := 3 \cdot kH \quad L := 2 \cdot m \quad d := 12 \cdot cm \quad E := 2 \cdot 10^5 \cdot MPa \quad q := 2 \cdot \frac{kH}{m}$$

Расчетные формулы

$$J := 0.05 \cdot d^4 \quad W := 0.1 \cdot d^3 \quad M := q \cdot L^2 \quad \sigma := \frac{M}{W} \quad \Delta := \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot J}$$

Результаты расчета без учета размерностей, то есть в системе СИ

$$J = 1.037 \times 10^{-5} \text{ м}^4 \quad W = 1.728 \times 10^{-4} \text{ м}^3 \quad M = 8000 \text{ Нм} \quad \sigma = 46296296 \text{ Па} \quad \Delta = 0.004$$

Результаты расчета с учетом квазиразмерностей

$$J = 1036.8 \cdot cm^4 \quad W = 172.8 \cdot cm^3 \quad M = 8 \cdot kNm \quad \sigma = 46 \cdot MPa \quad \Delta = 3.858 \cdot mm$$

Ввод функции и построение графика $M(x) := F \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2}$ $x := 0, \frac{L}{5} \dots L$

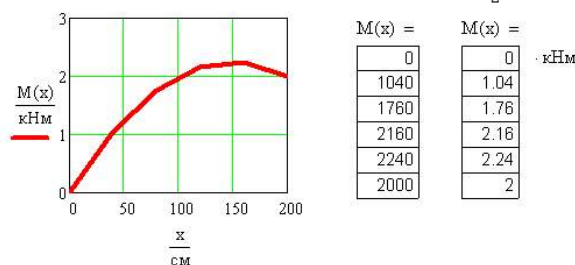


Рис. 2.31. Учет квазиразмерностей

Графики всегда строятся в стандартных размерностях (в системе СИ). Ввести пользовательские размерности на графиках нельзя. Для изменения масштаба графика разделите на нем названия аргумента и функции на квазиразмерность (рис. 2.31).

2.15. Преобразование функции в матрицу и матрицы в функцию

Преобразование функции в матрицу и матрицы в функцию необходимо в связи с особенностями встроенных функций Mathcad. Это делается, например, если одни функции возвращают матрицу, а вам надо иметь функцию для последующего интегрирования или дифференцирования, или, наоборот, Mathcad выводит функцию, а вам нужна матрица для последующих матричных преобразований.

Заданы векторы аргумента X и функции Y

$$X := (-3 \ 1 \ 5 \ 6 \ 9 \ 10)^T \quad Y := (2 \ 5 \ -3 \ 4 \ 9 \ 2)^T$$

$$F_{\text{interp}}(x) := \text{interp}(\text{cspline}(X, Y), X, Y, x) \quad \text{интерполяция}$$

$$F_{\text{regress}}(x) := \text{interp}(\text{regress}(X, Y, 4), X, Y, x) \quad \text{регрессия полиномом}$$

$$x := X_1 \dots X_{\text{rows}(X)} \quad \text{4-й степени}$$

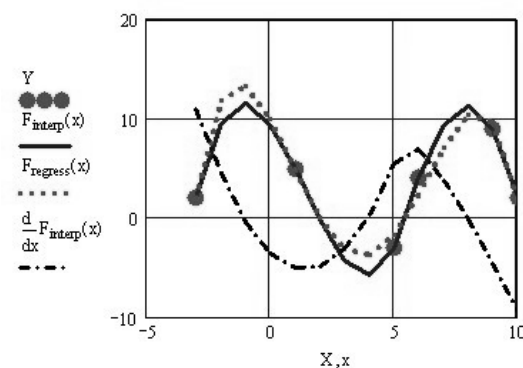


Рис. 2.32. Преобразование вектора данных в функцию

Для преобразования массива данных в функцию используют интерполяцию или регрессию. На рис. 2.32 показано преобразование вектора в функцию. Там же показана возможность дифференцирования полученной функции.

Для получения массива данных с помощью заданной функции надо задать векторы значений аргументов функции и, подставив в функцию значения аргументов, получить массив (рис. 2.34).

$$\begin{aligned} & \text{ORIGIN} := 1 \\ & x := (3 \ 5 \ 9)^T \quad y := (2 \ -20 \ 7 \ 15)^T \\ & i := 1..rows(x) \quad j := 1..rows(y) \\ & M_{i,j} := \frac{\ln \left[\frac{(x_i)^2 + (y_j)^2}{x_i + y_j} \right]}{x_i + y_j} \quad M = \begin{pmatrix} 0.513 & -0.354 & 0.406 & 0.303 \\ 0.481 & -0.403 & 0.359 & 0.276 \\ 0.404 & -0.561 & 0.304 & 0.238 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Рис. 2.33. Получение массива значений с помощью заданной функции

2.16. Строковые функции

Строковые функции в Mathcad позволяют выполнять действия с кусками текста, формировать из них необходимую реплику (рис. 2.34). На том же рисунке показана функция CWD, позволяющая узнать путь к рабочему файлу. Эта функция полезна, когда на диске находится несколько копий файла и важно не перепутать, с какой из них идет работа.

$$\begin{aligned} & \text{Путь к открытому файлу} \quad \text{CWD} = "E:\text{Эл-книга-2018}\backslash 2018\text{-xmcad}" \\ & n := 6 \quad m := 4 \quad C := \text{"должно быть равно"} \\ & A := \text{"Число строк"} \quad B := \text{"Число столбцов"} \\ & D1 := \text{num2str}(n) \quad D2 := \text{num2str}(m) \quad D1 = "6" \quad D2 = "4" \\ & Z := \begin{cases} z_1 \leftarrow \text{concat}(A, C, D1) \\ z_2 \leftarrow \text{concat}(B, C, D2) \\ z \end{cases} \quad Z = \begin{pmatrix} \text{"Число строк должно быть равно 6"} \\ \text{"Число столбцов должно быть равно 4"} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Рис. 2.34. Формирование реплики с помощью строковых функций

Подробнее о строковых функциях смотрите в электронной книге.

2.17. Программирование

Раздел «Программирование» занимает особое место в Mathcad. При начальном обучении этот раздел совершенно не нужен. Огромные возможности Mathcad позволяют решить подавляющее число задач без использования программирования, да к тому же, как правило, несколькими способами.

Но есть класс задач, которые невозможно решить без программирования. Это задачи, в которых часть документа из нескольких или многих операторов надо выполнить многократно. В таких случаях документ должен состоять из отдельных подпрограмм, объединенных в единую «головную» программу.

Использование раздела «Программирование» позволяет написать в Mathcad программы любой сложности. Подробные сведения о создании программ содержатся в электронной книге.

2.18. Анимация

Mathcad предусматривает возможность анимации графиков и результатов вычислений путем создания AVI-файлов и вставки их в Mathcad-документ. Воспроизводятся AVI-файлы встроенными в Windows средствами. Анимация не упрощает и не улучшает расчеты, а лишь украшает их презентацию. Поэтому на первых шагах обучения Mathcad обращаться к ней не следует. Подробные сведения о создании анимации к расчетам содержатся в электронной книге.

2.19. Отладка Mathcad-документов

Mathcad-документ — это набор исходных данных для расчета, расчетных формул, выведенных на экран результатов расчета в виде чисел, таблиц и графиков. Каждый из перечисленных объектов занимает одну математическую область (Math Region). Между ними в произвольном порядке располагаются текстовые области (Text

Region). Все математические объекты взаимодействуют друг с другом. Напомним, что Mathcad вычисляет выражения сверху вниз и слева направо последовательно друг за другом и не переходит к вычислению следующего объекта, не закончив работу с предыдущим. Текстовые области никак не влияют на математические области.

Если в каком-либо выражении есть ошибка, величина, содержащая ошибку, отображается красным цветом. Щелкните мышью на объекте с ошибкой. Под объектом появляется сообщение об ошибке. При нажатии клавиши F1 на экране появится часть раздела справки (на английском языке) (рис.2.35). При выделении мышью какой-либо функции в Mathcad-документе и нажатии клавиши F1 на экране появится часть раздела справки, посвящённая именно этой функции.

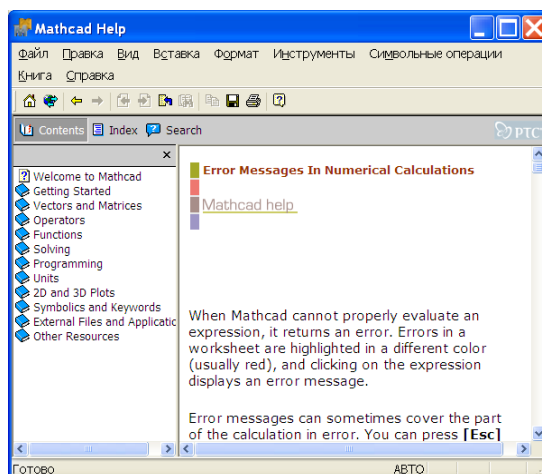


Рис. 2.35. Описание возможных ошибок в меню Help Mathcad 15

Щелчок мышью на любом из сообщений открывает расшифровку ошибки аналогично нажатию клавиши F1.

В Mathcad есть функция Trace Errors (Трассировка ошибок), позволяющая проследить всю цепочку ошибочных вычислений, то есть найти место, где была допущена ошибка. Щелкните правой кнопкой мыши на выражении с ошибкой. Если ошибка возникла не в этом выражении, то в контекстном меню появляется пункт Trace Errors (Трассировка ошибок). Выберите этот пункт и, следуя указаниям, найдите выражение, из которого исходит ошибка. На практике эта функция не слишком полезна, так как в простых случаях и без нее понятно, откуда взялась ошибка, а в сложных программах Mathcad сам этого не понимает. В таких случаях в диалоговом окне все кнопки, кроме Close (Заккрыть), заблокированы (затемнены).

Многие ошибки устраняются легко. Прочитайте сообщение об ошибке, и станет ясно, что делать. Но встречаются ошибки, на устранение которых уходит несколько дней глубоких раздумий. В таких случаях надо просмотреть численные значения всех входящих в ошибочное выражение величин. Возможно, заданные вами значения где-то были заменены другими.

ПРИМЕР ОДНОЙ ИЗ ОШИБОК

Если правильно записанное выражение выводит неправильный числовой ответ, попробуйте “обнулить” имя выражения, перед их последним вычислением, так как возможно наложение значений друг на друга (рис.2.36).

наложение вектора на матрицу

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad i := 1..5 \quad A_i := 1 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad i := 1..3 \quad A_i := 10 \quad A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 10 & 3 & 4 \\ 10 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

обнуление массива

$$A := 0 \quad i := 1..5 \quad A_i := 1 \quad A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad i := 1..3 \quad A_i := 10 \quad A = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рис. 2.36. Наложение двух массивов друг на друга

2.20. Горячие клавиши

В Mathcad есть операции, многократно повторяющиеся при наборе программы. Для экономии времени работы желательно запомнить сочетание клавиш, нажатие которых вызывает выполнение таких операций. Ниже приводится таблица таких сочетаний клавиш (Горячие клавиши). Полезно распечатать такую таблицу и держать ее на столе перед компьютером в первое время работы с Mathcad. Для удобства распечатки эта таблица включена в папку Интернет-файлов в виде файла «гор-клав.doc».

Клавиша	Результат нажатия клавиши (или их сочетания)																																										
CTRL_R	Освежение экрана (уборка мусора с экрана)																																										
Enter	Вставка чистой строки																																										
Delete	Удаление чистой строки																																										
*, /, +, −	Умножение, деление, сложение, вычитание																																										
^	Возведение в степень																																										
\	Извлечение квадратного корня																																										
	$ M $ — модуль числа, длина вектора, определитель матрицы, если M — число, вектор или матрица																																										
[Нижний индекс у элемента вектора или матрицы. Для ввода нижнего индекса-комментария, надо ввести имя переменной, нажать клавишу (.) точка, набрать комментарий: M_x или $M_{\text{главное}}$																																										
Латинский эквивалент греческой буквы, далее CTRL_G	Ввод греческих букв. <table><tr><td>Греческие буквы</td><td>α</td><td>β</td><td>χ</td><td>δ</td><td>ε</td><td>η</td><td>γ</td><td>λ</td><td>μ</td><td>ν</td><td>ω</td><td>ϕ</td><td>π</td><td>ψ</td><td>ρ</td><td>σ</td><td>τ</td><td>θ</td><td>ξ</td><td>ζ</td></tr><tr><td>Латинские эквиваленты</td><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td>e</td><td>h</td><td>g</td><td>l</td><td>m</td><td>n</td><td>w</td><td>f</td><td>p</td><td>y</td><td>r</td><td>s</td><td>t</td><td>q</td><td>x</td><td>z</td></tr></table>	Греческие буквы	α	β	χ	δ	ε	η	γ	λ	μ	ν	ω	ϕ	π	ψ	ρ	σ	τ	θ	ξ	ζ	Латинские эквиваленты	a	b	c	d	e	h	g	l	m	n	w	f	p	y	r	s	t	q	x	z
Греческие буквы	α	β	χ	δ	ε	η	γ	λ	μ	ν	ω	ϕ	π	ψ	ρ	σ	τ	θ	ξ	ζ																							
Латинские эквиваленты	a	b	c	d	e	h	g	l	m	n	w	f	p	y	r	s	t	q	x	z																							
e	Основание натурального логарифма																																										
CTRL_Enter	Сложение с переносом строки (перенос части длинной строки)																																										
: (двоеточие)	$a:=b$ — присвоение значения (локальное), действует направо и вниз от места присвоения (отменяет глобальное присвоение ($a=b$))																																										
~	$a=b$ — присвоение значения (глобальное), действует по всему документу (обычно помещают вблизи графика или таблицы)																																										
Ctrl_ =	$a=b$ — жирный знак равенства, (логическое равенство, а не знак присвоения), используется после слова Given																																										
; (точка с запятой)	$x:=1..n$ или $x:=1,1.1..n$ — диапазон чисел дискретной переменной x , где 1 — первое значение, 1.1 — второе значение, n — последнее значение. Разность первого и второго значений определяет шаг выбираемых значений x . Нельзя набирать две точки с клавиатуры!																																										
CTRL_m	Вставить матрицу																																										
=	Вывод результата численного расчета																																										
Ctrl_. (точка)	→ вывод результата символьного расчѐта																																										
{	← в программах — локальное присвоение																																										
]	Вертикальная черта — add line — добавка строки в программу																																										
Пробел_ ←, или →	Выделение выражения или его части																																										

Mathcad вычисляет выражения слева направо и сверху вниз.

Для выделения объекта его надо перечеркнуть курсором при нажатой левой кнопке мыши. Далее выделенный объект можно:

- ☐ переместить при нажатой левой кнопке мыши;
- ☐ удалить, нажав клавишу Del;
- ☐ переместить в буфер, выбрав «ножницы» на панели инструментов, клавиши CTRL_x;
- ☐ скопировать в буфер, выбрав Copy на панели инструментов, клавиши CTRL_c;
- ☐ вставить из буфера, выбрав Paste на панели инструментов (портфель), клавиши CTRL_v.

Те же действия можно выполнить, нажав правую кнопку мыши и выбрав в контекстном меню команды Cut, Copy или Paste соответственно.

